

**BỘ KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ  
QUỸ PHÁT TRIỂN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ QUỐC GIA**



**BÁO CÁO TÓM TẮT  
KẾT QUẢ THỰC HIỆN ĐỀ TÀI NGHIÊN CỨU CƠ BẢN  
TRONG KHOA HỌC TỰ NHIÊN**

**Tên đề tài:**

**Điều kiện ổn định trong tối ưu đa mục tiêu và các vấn đề liên quan**

**Mã số đề tài: 101.01-2020.11**

**Chủ nhiệm đề tài: GS. TS. Lâm Quốc Anh**

**Hà Nội, tháng 11 năm 2022**



Mã số hồ sơ	
Ngày nhận báo cáo	
(Do Cơ quan điều hành Quỹ ghi)	

## PHẦN I. THÔNG TIN CHUNG

- Tên đề tài: Nghiên cứu các tính chất định tính của nghiệm bài toán cân bằng và các vấn đề liên quan
- Mã số: **101.01-2017.18**
- Danh sách chủ nhiệm, thành viên tham gia thực hiện đề tài

TT	Họ và tên	Đơn vị công tác	Chức danh trong đề tài
1	Lâm Quốc Anh	Khoa Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ	Chủ nhiệm đề tài
2	Trần Quốc Duy	Bộ môn Toán, Trường Đại học FPT Cần Thơ	Thành viên nghiên cứu chủ chốt
3	Trần Ngọc Tâm	Khoa Khoa học Tự nhiên, Trường Đại học Cần Thơ	Thành viên nghiên cứu chủ chốt
4	Đặng Thị Mỹ Vân	Khoa Sư phạm, Trường Cao đẳng Cần Thơ	Thành viên nghiên cứu chủ chốt
5	Phạm Thanh Duyệt	Khoa Cơ bản, Trường Đại học Võ Trường Toản	Thành viên nghiên cứu chủ chốt
6	Đinh Vinh Hiển	Khoa Khoa học Ứng dụng, Trường Đại học Công nghệ Thực phẩm, TP. HCM	Thành viên nghiên cứu chủ chốt
7	Nguyễn Hữu Danh	Khoa Cơ bản, Trường Đại học Tây Đô	Nghiên cứu sinh

- Tổ chức chủ trì: Trường Đại học Cần Thơ
- Thời gian thực hiện:
  - Theo hợp đồng: **24** tháng, từ 15/10/2020 đến 15/10/2022
  - Gia hạn nếu có: **0** tháng
  - Thực hiện thực tế: **24** tháng, từ 15/10/2020 đến 15/10/2022
- Tổng kinh phí được phê duyệt của đề tài: **895** triệu đồng.

## PHẦN II. NỘI DUNG VÀ KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

### 1. Nội dung nghiên cứu

Đề tài bao gồm các nội dung nghiên cứu chính sau đây:

- Nghiên cứu các điều kiện đủ cho các tính chất liên tục của ánh xạ nghiệm các bài toán phụ thuộc tham số, bao gồm tính nửa liên tục, tính liên tục, của ánh xạ nghiệm chính xác và ánh xạ nghiệm xấp xỉ.

- Khảo sát các bài toán được nhiều dưới dạng dãy các bài toán có dữ liệu hội tụ liên tục hoặc hội tụ đồ thị đến dữ liệu của bài toán gốc (còn được gọi là dãy các bài toán tiệm cận của bài toán gốc). Nghiên cứu các điều kiện đủ/cần cho sự hội tụ của dãy tập nghiệm của các bài toán nhiều đến tập nghiệm của bài toán ban đầu.

- Đề xuất và nghiên cứu các khái niệm đặt chỉnh cho các bài toán đã được đề cập ở trên. Thiết lập các điều kiện đủ/cần cho các dạng đặt chỉnh cùng với các đặc trưng của chúng.

## **2. Kết quả nghiên cứu**

- Đối với trường hợp bài toán được nhiều bởi các tham số, đề tài đã thiết lập được các điều kiện đủ cho tính liên tục và nửa liên tục của ánh xạ nghiệm chính xác và nghiệm xấp xỉ cho bài toán cân bằng vector, bài toán cân bằng với ràng buộc cân bằng. Các kết quả nghiên cứu đã được áp dụng cho bài toán bao hàm biến phân Browder thu được các điều kiện ổn định mới.

- Đối với trường hợp bài toán được nhiều bởi dãy các bài toán tiệm cận, đề tài đã đề xuất các điều kiện liên quan đến tính trội và tính ngược đối với bài toán tối ưu hàm mục tiêu có giá trị tập hợp, và vận dụng để xây dựng các điều kiện hội tụ trên và hội tụ dưới theo nghĩa Painlevé-Kuratowski của dãy nghiệm hữu hiệu của các bài toán tiệm cận đến bài toán gốc. Kết quả nghiên cứu mang lại giá trị khoa học cao, đóng góp có ý nghĩa cho sự phát triển của chủ đề này, vì ngay cả đối với bài toán tối ưu vector đơn trị, các kết quả trước đó chỉ đạt được cho các dạng nghiệm yếu và nghiệm mạnh.

- Đối với sự đặt chỉnh nghiệm, đề tài đã xây dựng các dạng nghiệm xấp xỉ, khái niệm đặt chỉnh và khảo sát thành công các điều kiện đặt chỉnh cho bài toán cân bằng vector được sắp theo nón từ điển, bài toán tối ưu vector có dữ liệu chứa các yếu tố không chắc chắn. Đối với bài toán đặt không chỉnh, đề tài đã đề xuất các điều kiện bức dừng chỉnh hóa nghiệm. Các mô hình nghiên cứu ở đây là dạng tổng quát của nhiều mô hình quan trọng, như bài toán mạng giao thông, bài toán cân bằng Nash, bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán bù,... và do đó kết quả đạt được sẽ vận dụng tốt cho các tình huống thực tiễn có liên quan.

- Đối với cách tiếp cận các mô hình tối ưu vector bằng phương pháp vô hướng hóa, đề tài đã xây dựng thành công dạng hàm vô hướng hóa phi tuyến dựa trên hàm khoảng cách định hướng Hiriart-Urruty. Sử dụng hàm vô hướng hóa phi tuyến này, đề tài đã thiết lập được điều kiện liên thông của tập nghiệm hữu hiệu của bài toán tối ưu vector. Kết quả và cách tiếp cận được giới thiệu trong đề tài theo hướng nghiên cứu này, với những điều chỉnh phù hợp, có rất nhiều khả năng vận dụng thành công trong việc nghiên cứu các tính

chất nghiệm của các mô hình tối ưu vector thông qua hàm vô hướng hóa phi tuyến dựa trên hàm khoảng cách định hướng Hiriart-Urruty.

### PHẦN III. KẾT QUẢ CÔNG BỐ VÀ ĐÀO TẠO

#### 1. Kết quả công bố

STT	Công trình khoa học	ISBN	DOI	Tình trạng (Đã in/chấp nhận đăng)
<b>1</b>	<b>Công trình công bố quốc tế trên tạp chí thuộc danh mục ISI</b>			
<b>1.1</b>	L.Q. Anh, T.Q., Duy, D.V. Hien, Stability of efficient solutions to set optimization problems, Journal of Global Optimization 78(2020), 563-580, <a href="https://doi.org/10.1007/s10898-020-00932-w">https://doi.org/10.1007/s10898-020-00932-w</a> , SCI,Scopus	1573-2916	<a href="https://doi.org/10.1007/s10898-020-00932-w">https://doi.org/10.1007/s10898-020-00932-w</a>	Đã in (Volume 78- issue 3- November 2020)
<b>1.2</b>	L.Q. Anh, T.Q., Duy, D.V. Hien, Well-posedness for the optimistic counterpart of uncertain vector optimization problems, Annals of Operations Research 295(2020), 517-533, <a href="https://doi.org/10.1007/s10479-020-03840-0">https://doi.org/10.1007/s10479-020-03840-0</a> , SCI,Scopus	1572-9338	<a href="https://doi.org/10.1007/s10479-020-03840-0">https://doi.org/10.1007/s10479-020-03840-0</a>	Đã in (Volume 295-issue 2- December 2020)
<b>1.3</b>	L.Q. Anh, Semicontinuity of the solution maps to vector equilibrium problems with equilibrium constraints, Optimization. 71(2022), 737-751, <a href="https://doi.org/10.1080/02331934.2020.1812067">https://doi.org/10.1080/02331934.2020.1812067</a> , SCIE,Scopus	1029-4945	<a href="https://doi.org/10.1080/02331934.2020.1812067">https://doi.org/10.1080/02331934.2020.1812067</a>	Đã in (Volume 71- Issue 3- 2022)
<b>1.4</b>	L.Q. Anh, P.T. Duoc, T.N. Tam, N.C. Thang, Stability for set-valued equilibrium problems with applications to Browder variational inclusions, Optimization Letters 15(2021), 613-626, <a href="https://doi.org/10.1007/s115">https://doi.org/10.1007/s115</a>	1862-4480	<a href="https://doi.org/10.1007/s11590-020-01604-0">https://doi.org/10.1007/s11590-020-01604-0</a>	Đã in (Volume 15- issue 2- March 2021)

	90- 020-01604-0, SCIE,Scopus			
<b>1.5</b>	L.Q. Anh, T.Q., Duy, L.D. Muu, T.V. Tri, The Tikhonov regularization for vector equilibrium problems, Computational Optimization and Applications 78 (2021), 769-792, <a href="https://doi.org/10.1007/s10589-020-00258-z">https://doi.org/10.1007/s10589-020-00258-z</a> , SCI,Scopus	1573-2894	<a href="https://doi.org/10.1007/s10589-020-00258-z">https://doi.org/10.1007/s10589-020-00258-z</a>	Đã in (Volume 78- issue 3- April 2021)
<b>1.6</b>	L.Q. Anh, P.T. Duoc, T.T.T. Duong, Connectedness properties of the efficient sets and the nondominated sets to vector optimization problems, Optimization Letters. DOI 10.1007/s11590-021-01841-x (2022), SCIE,Scopus	1862-4480	<a href="http://doi.org/10.1007/s11590-021-01841-x">http://doi.org/10.1007/s11590-021-01841-x</a>	Đã in (January 2022)
<b>2</b>	<b>Công trình công bố trên tạp chí khoa học chuyên ngành trong nước</b>			
<b>2.1</b>	L.Q. Anh, Various types of well-posedness for vector equilibrium problems with respect to the lexicographic order, Vietnam Journal of Mathematics. DOI 10.1007/s 10013-021-00530-7 s (2022), ESCI,Scopus	2305-2228	<a href="http://doi.org/10.1007/s 10013-021-00530-7">http://doi.org/10.1007/s 10013-021-00530-7</a>	Đã in (November 2021)
<b>3</b>	<b>Báo cáo khoa học đăng ký yếu hội nghị quốc gia</b>			
<b>3.1</b>	L.Q. Anh, Qualitative properties of efficient solutions to set optimization problems, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 202 1, 7	Ba Vi, Ha Noi 22-24/4/2021	<a href="http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/">http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/</a>	Đã in
<b>3.2</b>	L. Q. Anh, N. H. Danh, T. T. T. Duong, L. V. Day, Continuity of approximate solutions maps to set-valued equilibrium problems, 19 <sup>th</sup>	Ba Vi, Ha Noi 22-24/4/2021	<a href="http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/">http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/</a>	Đã in

	Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 8			
<b>3.3</b>	L. Q. Anh, N. T. Anh, P. T. Duoc, P. T. A. Thu, V. T. M. Thuy, Connectedness properties of solution sets to bilevel set optimization problems, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 9,	Ba Vi, Ha Noi 22-24/4/2021	<a href="http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/">http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/</a>	Đã in
<b>3.4</b>	L. Q. Anh, N. P. Due, T. Q. Duy, T. T. T. Mai, N. N. M. Thy, Existence and well-posedness in uncertain vector optimization problems, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 10	Ba Vi, Ha Noi 22-24/4/2021	<a href="http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/">http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/</a>	Đã in
<b>3.5</b>	L. Q. Anh, T. Q. Duy, D. V. Hien, T. T. M. Xuyen, Well-posedness for vector optimization problems under uncertainty, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 11	Ba Vi, Ha Noi 22-24/4/2021	<a href="http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/">http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/</a>	Đã in
<b>3.6</b>	L. Q. Anh, V. T. Tai, T. T. K. Anh, D. M. Nhat, N. C. Thang, Convergence of the solution sets of perturbed optimal control problems, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 12	Ba Vi, Ha Noi 22-24/4/2021	<a href="http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/">http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/</a>	Đã in
<b>3.7</b>	L. Q. Anh, T.N. Tann, H.N.H. Anh, L.T.V. Khanh, T.T.M. Dung, Existence and stability of solutions to equilibrium problems in generalized linear spaces, 19th Workshop on	Ba Vi, Ha Noi 22-24/4/2021	<a href="http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/">http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/</a>	Đã in

	Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 13			
<b>3.8</b>	L. Q. Anh, N. H. Danh, T. T. M. Dung, Well-posedness for vector optimization problems in linear spaces, 20 <sup>th</sup> Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2022, 9	Ba Vi, Ha Noi 21-23/4/2022	<a href="http://imacs.hcmut.edu.vn/OptiSciCom22/organizers.php">http://imacs.hcmut.edu.vn/OptiSciCom22/organizers.php</a>	Đã in
<b>3.9</b>	L. Q. Anh, T. Q. Duy, D. V. Hien, Stability of solutions to parametric set optimization problems, 20th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2022, 10	Ba Vi, Ha Noi 21-23/4/2022	<a href="http://imacs.hcmut.edu.vn/OptiSciCom22/organizers.php">http://imacs.hcmut.edu.vn/OptiSciCom22/organizers.php</a>	Đã in
<b>3.10</b>	L. M. Huy, L. Q. Anh, S. O. Krumke, Robust optimization and its applications in scheduling-location theory, 20th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2022, 38	Ba Vi, Ha Noi 21-23/4/2022	<a href="http://imacs.hcmut.edu.vn/OptiSciCom22/organizers.php">http://imacs.hcmut.edu.vn/OptiSciCom22/organizers.php</a>	Đã in

### ***Tổng hợp kết quả công bố ISI***

- Số bài báo đề tài đăng ký: **3**
- Số bào báo ISI đề tài đã được công bố/chấp nhận công bố: **7**

## **2. Kết quả đào tạo**

<b>STT</b>	<b>Họ và tên</b>	<b>Thời gian tham gia đề tài (số tháng)</b>	<b>Công trình công bố</b>
<b>1. Nghiên cứu sinh</b>			
<b>1.1</b>	Đình Vinh Hiển	2	1. L.Q. Anh, T.Q., Duy, D.V. Hien, Stability of efficient solutions to set optimization problems, Journal of Global Optimization 78(2020), 563- 580, <a href="https://doi.org/10.1007/s10898-020-00932-w">https://doi.org/10.1007/s10898-020-00932-w</a> , SCI,Scopus 2. L.Q. Anh, T.Q., Duy, D.V. Hien, Well- posedness for the optimistic counterpart of uncertain vector optimization problems, Annals of

			Operations Research 295(2020), 517-533, <a href="https://doi.org/10.1007/s10479-020-03840-0">https://doi.org/10.1007/s10479-020-03840-0</a> , SCI,Scopus
<b>1.2</b>	Phạm Thanh Dưc	2	<p>1. L.Q. Anh, P.T. Duoc, T.N. Tam, N.C. Thang, Stability for set-valued equilibrium problems with applications to Browder variational inclusions, Optimization Letters 15(2021), 613-626, <a href="https://doi.org/10.1007/s11590-020-01604-0">https://doi.org/10.1007/s11590-020-01604-0</a>, SCIE,Scopus</p> <p>2. L.Q. Anh, P.T. Duoc, T.T.T. Duong, Connectedness properties of the efficient sets and the nondominated sets to vector optimization problems, Optimization Letters. DOI 10.1007/s11590-021-01841-x (2022), SCIE,Scopus</p>
<b>1.3</b>	Nguyễn Hữu Danh	3	<p>1. L. Q. Anh, N. H. Danh, T. T. T. Duong, L. V. Day, Continuity of approximate solutions maps to set-valued equilibrium problems, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 8</p> <p>2. L. Q. Anh, N. H. Danh, T. T. M. Dung, Well-posedness for vector optimization problems in linear spaces, 20th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2022, 9</p>
<b>2. Học viên cao học</b>			
<b>2.1</b>	Trần Thị Mỹ Xuyên	0	L. Q. Anh, T. Q. Duy, D. V. Hien, T. T. M. Xuyen, Well-posedness for vector optimization problems under uncertainty, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 11

Hà Nội, ngày 11 tháng 11 năm 2022

**Tổ chức chủ trì đề tài**  
(Thủ trưởng đơn vị ký tên, đóng dấu)

**Chủ nhiệm đề tài**  
(Họ tên, chữ ký)

**Lâm Quốc Anh**