

**BỘ KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ
QUỸ PHÁT TRIỂN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ QUỐC GIA**



**BÁO CÁO TỔNG HỢP
KẾT QUẢ THỰC HIỆN ĐỀ TÀI NGHIÊN CỨU CƠ BẢN
TRONG KHOA HỌC TỰ NHIÊN**

Tên đề tài:

Điều kiện ổn định trong tối ưu đa mục tiêu và các vấn đề liên quan

Mã số đề tài: 101.01-2020.11

Chủ nhiệm đề tài: GS. TS. Lâm Quốc Anh

Hà Nội, tháng 11 năm 2022

BỘ KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ
QUỸ PHÁT TRIỂN KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ QUỐC GIA



BÁO CÁO TỔNG HỢP
KẾT QUẢ THỰC HIỆN ĐỀ TÀI NGHIÊN CỨU CƠ BẢN
TRONG KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Tên đề tài:

Điều kiện ổn định trong tối ưu đa mục tiêu và các vấn đề liên quan

Mã số đề tài: 101.01-2020.11

Xác nhận của Tổ chức chủ trì

Báo cáo đã hoàn thiện theo kết luận của
Hội đồng đánh giá, nghiệm thu chính thức

Chủ nhiệm nhiệm vụ

Lâm Quốc Anh

Hà Nội, tháng 11 năm 2022



Mã nhận hồ sơ	
Ngày nhận báo cáo	
(Do cơ quan điều hành Quỹ ghi)	

PHẦN I. THÔNG TIN CHUNG

- Tên đề tài: Điều kiện ổn định trong tối ưu đa mục tiêu và các vấn đề liên quan
- Mã số: **101.01-2020.11**
- Danh sách chủ nhiệm, thành viên tham gia thực hiện đề tài

STT	Họ và tên	Đơn vị công tác	Chức danh trong đề tài
1	Lâm Quốc Anh	Khoa Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ	Chủ nhiệm đề tài
2	Trần Quốc Duy	Bộ môn Toán, Trường Đại học FPT Cần Thơ	Thành viên nghiên cứu chủ chốt
3	Trần Ngọc Tâm	Khoa Khoa học Tự nhiên, Trường Đại học Cần Thơ	Thành viên nghiên cứu chủ chốt
4	Đặng Thị Mỹ Vân	Khoa Sư phạm, Trường Cao đẳng Cần Thơ	Thành viên nghiên cứu chủ chốt
5	Phạm Thanh Duyệt	Khoa Khoa học Cơ bản, Trường Đại học Võ Trường Toản	Thành viên nghiên cứu chủ chốt
6	Đinh Vinh Hiển	Khoa Khoa học Ứng dụng, Trường Đại học Công nghiệp Thực phẩm, TP. HCM	Thành viên nghiên cứu chủ chốt
7	Nguyễn Hữu Danh	Khoa Cơ bản, Trường Đại học Tây Đô	Nghiên cứu sinh

- Tổ chức chủ trì: Trường Đại học Cần Thơ
- Thời gian thực hiện:
 - Theo hợp đồng: **24** tháng, từ 15/10/2020 đến 15/10/2022
 - Gia hạn nếu có: **0** tháng
 - Thực hiện thực tế: **24** tháng, từ 15/10/2020 đến 15/10/2022
- Tổng kinh phí được phê duyệt của đề tài: **895** triệu đồng

PHẦN II. NỘI DUNG VÀ KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

1. Mục tiêu

Đề tài nghiên cứu nhằm vào các mục tiêu sau đây:

- Thiết lập các kết quả mới về điều kiện ổn định theo nhiều dạng khác nhau cho các mô hình đa mục tiêu trong tối ưu hóa, bao gồm các điều kiện ổn định dạng nửa liên tục và liên tục, các điều kiện hội tụ của dãy các tập nghiệm. Đề tài cũng hướng đến mục tiêu đạt được các điều kiện đủ/cần cho sự đặt chỉnh của các mô hình đang xét cùng với các vấn đề có liên

quan.

- Đóng góp vào việc đào tạo thạc sĩ và tiến sĩ về toán, góp phần nâng cao chất lượng đào tạo sau đại học trong nước và số lượng các công bố quốc tế của Việt Nam. Đề tài đóng góp các kết quả toán học có định hướng ứng dụng, có thể tiến tới hợp tác với các tập thể và cá nhân trong việc giải số các bài toán với dữ liệu thực tế.

- Đào tạo và phát triển nhóm nghiên cứu trẻ trong lĩnh vực tối ưu hoá gồm các giảng viên toán của các trường đại học, cao đẳng ở khu vực Đồng Bằng Sông Cửu Long, và góp phần thu hẹp khoảng cách về nghiên cứu khoa học cơ bản của khu vực Đồng Bằng Sông Cửu Long so với các khu vực khác của đất nước.

2. Nội dung và phạm vi nghiên cứu

Đề tài tập trung nghiên cứu các điều kiện ổn định cho bài toán đa mục tiêu trong tối ưu hóa, như bài toán tối ưu vector đơn trị và đa trị, bài toán tối ưu với dữ liệu không chắc chắn, bài toán điều khiển tối ưu, bài toán cân bằng,... Đề tài bao gồm các nội dung nghiên cứu chính sau đây:

- Nghiên cứu các điều kiện đủ cho các tính chất liên tục của ánh xạ nghiệm các bài toán phụ thuộc tham số, bao gồm tính nửa liên tục, tính liên tục, của ánh xạ nghiệm chính xác và ánh xạ nghiệm xấp xỉ.

- Khảo sát các bài toán được nhiều dưới dạng dãy các bài toán có dữ liệu hội tụ liên tục hoặc hội tụ đồ thị đến dữ liệu của bài toán gốc (còn được gọi là dãy các bài toán tiệm cận của bài toán gốc). Nghiên cứu các điều kiện đủ/cần cho sự hội tụ của dãy tập nghiệm của các bài toán nhiều đến tập nghiệm của bài toán ban đầu.

- Đề xuất và nghiên cứu các khái niệm đặt chỉnh cho các bài toán đã được đề cập ở trên. Thiết lập các điều kiện đủ/cần cho các dạng đặt chỉnh cùng với các đặc trưng của chúng.

3. Cách tiếp cận và phương hướng nghiên cứu

(Mô tả chi tiết cách tiếp cận, phương pháp nghiên cứu đã thực hiện để giải quyết vấn đề đặt ra, các bước tiến hành)

- Đối với trường hợp bài toán được nhiều bởi các tham số: Chúng tôi khai thác các kỹ thuật và công cụ của Giải tích đa trị, Giải tích lồi và Giải tích phi tuyến tính có liên quan đến tính chất liên tục, tính lồi và tính đơn điệu trong việc tiếp cận các điều kiện đủ cho tính nửa liên tục, tính liên tục của ánh xạ nghiệm bài toán phụ thuộc tham số.

- Đối với trường hợp bài toán được nhiều bởi dãy các bài toán có dữ liệu hội tụ liên tục hoặc hội tụ đồ thị đến dữ liệu bài toán gốc: Chúng tôi nghiên cứu các điều kiện hội tụ trong các không gian tuyến tính và các không gian ảnh, các tính chất ngược và tính chất trội trong các không gian thích hợp. Áp dụng các điều kiện này vào việc khảo sát các điều kiện hội tụ cho dãy các tập nghiệm của bài toán nhiều.

- Đối với các điều kiện đặt chỉnh: Trước hết chúng tôi áp dụng các phương pháp xấp xỉ để đề xuất các khái niệm nghiệm tiệm cận cho các bài toán đang xét. Sau đó, chúng tôi sử dụng các công cụ của Giải tích đa trị, Giải tích hàm để nghiên cứu các điều kiện đặt chỉnh và các đặc trưng của chúng.

- Khảo sát các tính chất của các hàm vô hướng hóa tuyến tính, phi tuyến tính, và các phương pháp vô hướng hóa cho các bài toán đa mục tiêu trong tối ưu hóa. Sau đó nghiên cứu các tính chất nghiệm của các bài toán đang xét dựa trên các tính chất tương ứng của các bài toán vô hướng.

4. Kết quả nghiên cứu

(Mô tả các kết quả nghiên cứu đạt được. Đánh giá về các kết quả nghiên cứu bao gồm tính mới, giá trị khoa học, giá trị thực tiễn và khả năng ứng dụng kết quả nghiên cứu)

- Đối với trường hợp bài toán được nhiều bởi các tham số, đề tài đã thiết lập được các điều kiện đủ cho tính liên tục và nửa liên tục của ánh xạ nghiệm chính xác và nghiệm xấp xỉ cho bài toán cân bằng vector, bài toán cân bằng với ràng buộc cân bằng. Các kết quả nghiên cứu đã được áp dụng cho bài toán bao hàm biên phân Browder thu được các điều kiện ổn định

mới.

- Đối với trường hợp bài toán được nhiều bởi dãy các bài toán tiệm cận, đề tài đã đề xuất các điều kiện liên quan đến tính trội và tính ngược đối với bài toán tối ưu hàm mục tiêu có giá trị tập hợp, và vận dụng để xây dựng các điều kiện hội tụ trên và hội tụ dưới theo nghĩa Painlevé–Kuratowski của dãy nghiệm hữu hiệu của các bài toán tiệm cận đến bài toán gốc. Kết quả nghiên cứu mang lại giá trị khoa học cao, đóng góp có ý nghĩa cho sự phát triển của chủ đề này, vì ngay cả đối với bài toán tối ưu vector đơn trị, các kết quả trước đó chỉ đạt được cho các dạng nghiệm yếu và nghiệm mạnh.

- Đối với sự đặt chỉnh nghiệm, đề tài đã xây dựng các dạng nghiệm xấp xỉ, khái niệm đặt chỉnh và khảo sát thành công các điều kiện đặt chỉnh cho bài toán cân bằng vector được sắp theo nón từ điển, bài toán tối ưu vector có dữ liệu chứa các yếu tố không chắc chắn. Đối với bài toán đặt không chỉ, đề tài đã đề xuất các điều kiện bức dừng để chỉnh hóa nghiệm. Các mô hình nghiên cứu ở đây là dạng tổng quát của nhiều mô hình quan trọng, như bài toán mạng giao thông, bài toán cân bằng Nash, bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán bù,... và do đó kết quả đạt được sẽ vận dụng tốt cho các tình huống thực tiễn có liên quan.

- Đối với cách tiếp cận các mô hình tối ưu vector bằng phương pháp vô hướng hóa, đề tài đã xây dựng thành công dạng hàm vô hướng hóa phi tuyến được trên hàm khoảng cách định hướng Hiriart-Urruty. Sử dụng hàm vô hướng hóa phi tuyến này, đề tài đã thiết lập được điều kiện liên thông của tập nghiệm hữu hiệu của bài toán tối ưu vector. Kết quả và cách tiếp cận được giới thiệu trong đề tài theo hướng nghiên cứu này, với những điều chỉnh phù hợp, có rất nhiều khả năng vận dụng thành công trong việc nghiên cứu các tính chất nghiệm của các mô hình tối ưu vector thông qua hàm vô hướng hóa phi tuyến dựa trên hàm khoảng cách Hiriart-Urruty.

5. Thay đổi so với thuyết minh ban đầu

(Về mục tiêu, nội dung, phương pháp, kết quả nghiên cứu và tổ chức thực hiện; Nguyên nhân)

Không thay đổi so với thuyết minh ban đầu.

PHẦN III. KẾT QUẢ CÔNG BỐ VÀ ĐÀO TẠO

1. Kết quả công bố

STT	Công trình khoa học	ISSN/ ISBN	DOI	Tình trạng (Đã in/chấp nhận đăng)
1	Công trình công bố quốc tế trên tạp chí thuộc danh mục ISI			
1.1	L.Q. Anh, T.Q., Duy, D.V. Hien, Stability of efficient solutions to set optimization problems, Journal of Global Optimization 78(2020), 563-580, https://doi.org/10.1007/s10898-020-00932-w , SCI,Scopus	1573-2916	https://doi.org/10.1007/s10898-020-00932-w	Đã in (Volume 78- issue 3- November 2020)
1.2	L.Q. Anh, T.Q., Duy, D.V. Hien, Well-posedness for the optimistic counterpart of uncertain vector optimization problems, Annals of Operations Research 295(2020)	1572-9338	https://doi.org/10.1007/s10479-020-03840-0	Đã in (Volume 295-issue 2- December 2020)

	, 517-533, https://doi.org/10.1007/s10479-020-03840-0 , SCI,Scopus			
1.3	L.Q. Anh, Semicontinuity of the solution maps to vector equilibrium problems with equilibrium constraints, Optimization. 71(2022), 737-751, https://doi.org/10.1080/02331934.2020.1812067 , SCIE,Scopus	1029-4945	https://doi.org/10.1080/02331934.2020.1812067	Đã in (Volume 71-Issue 3-2022)
1.4	L.Q. Anh, P.T. Duoc, T.N. Tam, N.C. Thang, Stability for set-valued equilibrium problems with applications to Browder variational inclusions, Optimization Letters 15(2021), 613-626, https://doi.org/10.1007/s11590-020-01604-0 , SCIE,Scopus	1862-4480	https://doi.org/10.1007/s11590-020-01604-0	Đã in (Volume 15-issue 2-March 2021)
1.5	L.Q. Anh, T.Q., Duy, L.D. Muu, T.V. Tri, The Tikhonov regularization for vector equilibrium problems, Computational Optimization and Applications 78 (2021), 769–792, https://doi.org/10.1007/s10589-020-00258-z , SCI,Scopus	1573-2894	https://doi.org/10.1007/s10589-020-00258-z	Đã in (Volume 78-issue 3-April 2021)
1.6	L.Q. Anh, P.T. Duoc, T.T.T. Duong, Connectedness properties of the efficient sets and the nondominated sets to vector optimization problems, Optimization Letters. DOI 10.1007/s11590-021-01841-x (2022), SCIE,Scopus	1862-4480	https://doi.org/10.1007/s11590-021-01841-x	Đã in (January 2022)
3	Công trình công bố trên tạp chí khoa học chuyên ngành trong nước			
3.1	L.Q. Anh, Various types of well-posedness for vector equilibrium problems with respect to the lexicographic order, Vietnam Journal of Mathematics. DOI 10.1007/s10013-021-00530-7 s (2022), ESCI,Scopus	2305-2228	https://doi.org/10.1007/s10013-021-00530-7	Đã in (November 2021)
5	Báo cáo khoa học đăng kỷ yếu hội nghị quốc gia			

5.1	L.Q. Anh, Qualitative properties of efficient solutions to set optimization problems, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 7	Ba Vi, Ha Noi 22–24/4/2021	http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/	Đã in
5.2	L. Q. Anh, N. H. Danh, T. T. T. Duong, L. V. Day, Continuity of approximate solutions maps to set-valued equilibrium problems, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 8	Ba Vi, Ha Noi 22–24/4/2021	http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/	Đã in
5.3	L. Q. Anh, N. T. Anh, P. T. Duoc, P. T. A. Thu, V. T. M. Thuy, Connectedness properties of solution sets to bilevel set optimization problems, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 9,	Ba Vi, Hà Noi 22–24/4/2021	http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/	Đã in
5.4	L. Q. Anh, N. P. Duc, T. Q. Duy, T. T. T. Mai, N. N. M. Thy, Existence and well-posedness in uncertain vector optimization problems, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 10	Ba Vi, Ha Noi 22–24/4/2021	http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/	Đã in
5.5	L. Q. Anh, T. Q. Duy, D. V. Hien, T. T. M. Xuyen, Well-posedness for vector optimization problems under uncertainty, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 11	Ba Vi, Ha Noi 22–24/4/2021	http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/	Đã in
5.6	L. Q. Anh, V. T. Tai, T. T. K. Anh, D. M. Nhat, N. C. Thang, Convergence of the solution sets of perturbed optimal control problems, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 12	Ba Vi, Ha Noi 22–24/4/2021	http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/	Đã in
5.7	L. Q. Anh, T. N. Tam, H. N. H.	Ba Vi, Ha Noi	http://www.math.ac.vn/OptiSciCom21/	Đã in

	Anh, L. T. V. Khanh, T. T. M. Dung, Existence and stability of solutions to equilibrium problems in generalized linear spaces, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 13	22–24/4/2021	h.ac.vn/OptiSciCom21/	
5.8	L. Q. Anh, N. H. Danh, T. T. M. Dung, Well-posedness for vector optimization problems in linear spaces, 20th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2022, 9	Ba Vi, Ha Noi 21–23/4/2022	http://imacs.hcmut.edu.vn/OptiSciCom22/org.anizers.php	Đã in
5.9	L. Q. Anh, T. Q. Duy, D. V. Hien, Stability of solutions to parametric set optimization problems, 20th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2022, 10	Ba Vi, Ha Noi 21–23/4/2022	http://imacs.hcmut.edu.vn/OptiSciCom22/org.anizers.php	Đã in
5.10	L. M. Huy, L. Q. Anh, S. O. Krumke, Robust optimization and its applications in scheduling-location theory, 20th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2022, 38	Ba Vi, Ha Noi 21–23/4/2022	http://imacs.hcmut.edu.vn/OptiSciCom22/org.anizers.php	Đã in

Tổng hợp kết quả công bố ISI

- Số bài báo đề tài đăng ký: 3
- Số bài báo ISI đề tài đã được công bố/ chấp nhận công bố: 7

Ghi chú:

- Gửi kèm file toàn văn bản công bố trên tạp chí, hội nghị; sách chuyên khảo.
- Cột công trình khoa học:
 - Liệt kê các bài báo đăng trên tạp chí theo thứ tự <tên tác giả, tên công trình, tên tạp chí/nhà xuất bản, số phát hành, năm phát hành, trang đăng công trình, mã công trình đăng tạp chí/ sách chuyên khảo (DOI), loại tạp chí ISI (SCI/SCIE)>
 - Liệt kê các bài báo đăng tại hội nghị theo thứ tự <tên tác giả, tên công trình, tên hội nghị, địa điểm tổ chức, năm phát hành, trang đăng công trình>

2. Kết quả đào tạo

STT	Họ và tên	Thời gian tham gia đề tài (số tháng)	Công trình công bố
Nghiên cứu sinh			

1.1	Đinh Vinh Hiển	2	1. L.Q. Anh, T.Q., Duy, D.V. Hien, Stability of efficient solutions to set optimization problems, Journal of Global Optimization 78(2020), 563-580, https://doi.org/10.1007/s10898-020-00932-w , SCI,Scopus 2. L.Q. Anh, T.Q., Duy, D.V. Hien, Well-posedness for the optimistic counterpart of uncertain vector optimization problems, Annals of Operations Research 295(2020), 517-533, https://doi.org/10.1007/s10479-020-03840-0 , SCI,Scopus
1.2	Phạm Thanh Dược	2	1. L.Q. Anh, P.T. Duoc, T.N. Tam, N.C. Thang, Stability for set-valued equilibrium problems with applications to Browder variational inclusions, Optimization Letters 15(2021), 613-626, https://doi.org/10.1007/s11590-020-01604-0 , SCIE,Scopus 2. L.Q. Anh, P.T. Duoc, T.T.T. Duong, Connectedness properties of the efficient sets and the nondominated sets to vector optimization problems, Optimization Letters. DOI 10.1007/s11590-021-01841-x (2022), SCIE,Scopus
1.3	Nguyễn Hữu Danh	3	1. L. Q. Anh, N. H. Danh, T. T. T. Duong, L. V. Day, Continuity of approximate solutions maps to set-valued equilibrium problems, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 8 L. Q. Anh, N. H. Danh, T. T. M. Dung, Well-posedness for vector optimization problems in linear spaces, 20th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2022, 9
Học viên cao học			
2.1	Trần Thị Mỹ Xuyên	0	L. Q. Anh, T. Q. Duy, D. V. Hien, T. T. M. Xuyen, Well-posedness for vector optimization problems under uncertainty, 19th Workshop on Optimization and Scientific Computing, Ba Vi, Ha Noi, 2021, 11

Ghi chú:

- Gửi kèm bản photo trang bìa luận án/ luận văn và bằng hoặc giấy chứng nhận nghiên cứu sinh/ thạc sỹ nếu học viên đã bảo vệ thành công luận án/ luận văn;
- Cột công trình công bố ghi như mục III.1.

PHẦN IV. TÌNH HÌNH SỬ DỤNG KINH PHÍ

(Chi tiết sử dụng kinh phí theo phụ lục 1)

STT	Nội dung chi	Kinh phí được duyệt (triệu đồng)	Kinh phí thực hiện (triệu đồng)	Ghi chú
A	Chi phí trực tiếp			
1	Nhân công lao động khoa học	819.25	774.5	Kinh phí đã sử dụng chờ Quỹ cấp: Kỳ báo cáo 364,875,000đ, lũy kế đến kỳ báo cáo 774,500,000đ
2	Nguyên, nhiên vật liệu	0	0	
3	Thiết bị, dụng cụ	0	0	
4	Đi lại, công tác phí	31	31	Kinh phí đã sử dụng chờ Quỹ cấp: Kỳ báo cáo 19,900,000đ, lũy kế đến kỳ báo cáo 31,000,000đ
5	Dịch vụ thuê ngoài	0	0	
6	Chi phí trực tiếp khác	0	0	
B	Chi phí gián tiếp			
1	Chi phí quản lý của tổ chức chủ trì	44.75	22.375	Kinh phí đã sử dụng chờ Quỹ cấp: Kỳ báo cáo 0đ, lũy kế đến kỳ báo cáo 22,375,000đ
	Tổng số :	895	827.875	

PHẦN IV. KIẾN NGHỊ

(Về phát triển các kết quả nghiên cứu của đề tài; về quản lý, tổ chức thực hiện ở các cấp)

- Từ các kết quả đạt được của đề tài này chúng tôi nhận thấy rằng hướng nghiên cứu này còn nhiều vấn đề cần tiếp tục nghiên cứu, phát triển. Bên cạnh việc nghiên cứu các mô hình tối ưu dựa trên các mối quan hệ thứ tự tập, việc khảo sát các mô hình này dựa trên các quan hệ theo tập cải tiến hoặc các dạng nón thứ tự không cần tính lồi, tính có phần trong khác rỗng,

tính đóng cũng sẽ dẫn đến nhiều ứng dụng có ý nghĩa trong các tình huống thực tiễn.

- Công tác quản lý và tổ chức thực hiện ở các cấp là rất tốt, đơn giản hóa rất nhiều thủ tục hành chính, tạo nhiều điều kiện thuận lợi giúp chúng tôi hoàn thành tốt nhiệm vụ nghiên cứu đã được đặt ra cho đề tài này. Đề nghị các cấp tiếp tục duy trì và phát triển công tác quản lý và tổ chức của mình trong thời gian tới.

Tổ chức chủ trì đề tài
(*Thủ trưởng đơn vị ký tên, đóng dấu*)

Hà Nội, ngày 11 tháng 11 năm 2022

Chủ nhiệm đề tài
(*Họ tên, chữ ký*)

Lâm Quốc Anh