

DÙNG BIẾN ĐỔI WAVELET RỜI RẠC ĐỂ PHÂN TÍCH CÁC DỊ THƯỜNG TRỌNG LỰC

Dương Hiếu Đầu¹ và Đặng Văn Liệt²

ABSTRACT

The separation of regional and residual anomalies of the gravity-field was carried out by Wavelet transform. Using orthonormal bases of Daubechies Wavelets at the appropriate level, we determine the local gravity sources. The results show that the performance of the discrete Wavelet transform (DWT) approach is comparable with the results that were achieved by the second vertical derivative method. The proposed method has been tested by using some theoretical models and a profile of gravity data of the Mekong delta - South Vietnam.

Keywords: *The discrete Wavelet transform, regional and residual anomalies, the second vertical derivative method.*

Title: *A apply of discrete Wavelet transform for gravitational anomaly separation*

TÓM TẮT

Sự phân tích dị thường địa phương và dị thường khu vực của trường trọng lực trên Trái Đất được thực hiện bằng phép biến đổi Wavelet. Sử dụng hệ hàm Wavelet Daubechies trực chuẩn ở một độ phân giải thích hợp chúng tôi đã xác định được vị trí của các nguồn tạo ra dị thường trọng lực địa phương. Các kết quả phân tích cho thấy việc sử dụng biến đổi Wavelet rời rạc DWT cho ta những hiệu quả tương tự như phương pháp dùng đạo hàm bậc hai của gia tốc trọng trường thẳng đứng. Phương pháp được đề xuất đã được thử nghiệm lên các mô hình lý thuyết trọng lực và sau đó được áp dụng trên các số liệu đo gia tốc trọng lực của vùng đồng bằng Nam Bộ, Nam Việt Nam.

Từ khóa: *Biến đổi Wavelet rời rạc, dị thường trọng lực địa phương và khu vực, phương pháp dùng đạo hàm bậc hai.*

1 GIỚI THIỆU

Phép biến đổi Wavelet đã được áp dụng rộng rãi trong lãnh vực Địa Vật lý như dùng Wavelet để phân tích dao động El Niño (Wang and Wang 1996); Dùng wavelet để xét các cấu trúc kết hợp trong các dòng chảy nhiễu loạn (Farge 1992)... Sự mô tả chi tiết các ứng dụng của phép biến đổi Wavelet trong Địa Vật lý có thể tìm đọc trong các tài liệu của Foufoula-Georgiou và Kumar (1995); Phần cơ sở giải tích toán học Wavelet được trình bày đầy đủ ở mười bài giảng của Daubechies (1992). Phần nghiên cứu sau, chúng tôi trình bày một công dụng của phép biến đổi Wavelet cho trường trọng lực để tách các dị trường thặng dư ra khỏi dị thường khu vực. Sau khi thử nghiệm với nhiều hàm Wavelet khác nhau trên các mô hình gây ra dị thường trọng lực lý thuyết, chúng tôi nhận thấy là hệ hàm cơ sở trực chuẩn Wavelet Daubechies khi phân tích ở mức độ phân giải thứ ba có thể được dùng làm phương pháp để xác định sự định vị của các nguồn dị thường trọng lực thặng dư. Phương pháp này dựa trên phép biến đổi Wavelet rời rạc DWT kết hợp với

¹ Bộ Môn Vật Lý Khoa Khoa Học, Đại Học Cần Thơ.

² Đại Học Khoa Học Tự Nhiên, Đại Học Quốc Gia TP Hồ Chí Minh.

việc chọn tỉ lệ phân giải thích hợp và các hệ số Wavelet thành phần chi tiết. Từ cơ sở đó, ta vận dụng phương pháp trên để phân tích tài liệu trọng lực đo được ở đồng bằng Nam Bộ, Miền Nam Việt Nam và có được các kết quả thỏa mãn đáng kể.

2 PHÂN TÍCH WAVELET TRONG MIỀN KHÔNG GIAN-TỈ LỆ

Các hàm Wavelets được dùng để biểu diễn một tín hiệu không gian hoặc thời gian $F(x)$ giống như biểu diễn tín hiệu trong biến đổi Fourier. Điểm khác biệt chính trong phép biến đổi Wavelet là tỉ lệ giữa các số liệu đo thì đóng vai trò trọng tâm; Phép biến đổi Wavelet phân tích số liệu đo được ở nhiều tỉ lệ khác nhau, gọi là phép phân tích với nhiều độ phân giải khác nhau. Trong biến đổi Wavelet, người ta xây dựng một hàm Wavelet ban đầu gọi là Wavelet mẹ (e.g., Daubechies, 1992). Gọi $\psi(x)$ là hàm Wavelet mẹ định nghĩa trong không gian 2D với hai số thực thuộc $L^2(\mathbb{R})$, cấu trúc của các hệ cơ sở trực giao Wavelet được thành lập bằng sự trễ pha và sự tịnh tiến của $\psi(x)$ theo cách sau:

$$\psi_{s,\tau}(x) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi\left(\frac{x-\tau}{s}\right) \quad \text{ở đó } s \neq 0, \tau \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

Tham số tỉ lệ s cho biết sự làm trễ hay sự nén tín hiệu còn tham số τ là sự tịnh tiến tín hiệu trong không gian. Khi thay đổi s ta có được phổ. Tham số tịnh tiến mô tả sự trượt của $\psi(x)$ qua mọi miền không gian mà tín hiệu $F(x)$ đi qua. Phép biến đổi Wavelet liên tục của một chuỗi tín hiệu không gian $F(x) \in L^2(\mathbb{R})$ được định nghĩa là:

$$f(a,b) = \langle \psi_{a,b}(x), F(x) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{a,b}(x) F(x) dx \quad (2)$$

Tín hiệu không gian hoặc thời gian $F(x)$ có thể hoàn toàn được tổng hợp lại từ biểu thức (2) bởi quan hệ truy hồi có tên là resolution of the identity (Vetterli and Kovacevic, 1995). Quy luật này cho rằng bất kỳ một chuỗi không gian $F(x)$ có thể được biểu diễn như tổ hợp của các vị trí do Wavelet tịnh tiến và Wavelet co giãn tạo ra.

Phép biến đổi Wavelet trực chuẩn biểu diễn một chuỗi dữ liệu liên tục $f(x)$ dưới dạng một tổ hợp của các thành phần xấp xỉ (approximation) và chi tiết (detail) như sau:

$$f(x) \approx \sum_k a_{j,k} \phi_{j,k}(x) + \sum_k d_{j,k} \varphi_{j,k}(x) + \sum_k d_{j-1,k} \varphi_{j-1,k}(x) \dots + \sum_k d_{1,k} \varphi_{1,k}(x) \quad (3)$$

ở đó $a_{j,k}$ và $d_{j,k}$ lần lượt biểu diễn cho các hệ số khai triển Wavelet thành phần xấp xỉ và thành phần chi tiết, k là số nguyên xác định số hệ số ở mỗi thành phần, ϕ và φ lần lượt là hàm tỉ lệ và hàm Wavelet phân tích còn J là độ phân giải thấp nhất trong tổ hợp trên. Các hệ cơ sở Wavelet trực chuẩn được dùng rộng rãi trong phân tích đa phân giải theo cấu trúc hình tháp (D.V.Liet, 2004), đó là một giải thuật nổi tiếng có liên quan đến việc sử dụng các bộ lọc thông cao và thông thấp kết hợp với kỹ thuật lấy mẫu giảm xuống (downsampling) hoặc lấy mẫu tăng lên (upsampling) dựa theo nguyên lý toán tử tác dụng (Mallat, 1989).

3 BIẾN ĐỔI WAVELET RỜI RẠC VÀ TRỰC GIAO

Phương trình (3) được xem là phép phân tách đa phân giải, nó biểu diễn tín hiệu với các độ phân giải khác nhau. Từ đó, những thông tin về tần số cao thì liên quan đến những giá trị của tỉ lệ nhỏ trong khi những giá trị j lớn lại đại diện cho nhóm thông tin tần số thấp. Phép biến đổi Wavelet có đặc tính xác định sự định vị của tần số tốt hơn nhiều so với Phép biến đổi Fourier. Đặc tính này cho phép ta thiết lập các mô hình có sự phụ thuộc của tính chất định vị không gian theo tần số.

Ở đây, số liệu trọng lực được phân tích ở vùng Wavelet bằng phép biến đổi Wavelet rời rạc theo giải pháp của Press [Press, 1992] với hệ cơ sở trực chuẩn Daubechies Wavelets. Các hệ số Wavelet được tách ra thành các tỉ lệ khác nhau mà ở mỗi tỉ lệ sẽ tương ứng với một giá trị gần đúng của tín hiệu so với tín hiệu ban đầu. Vậy những tần số thấp sẽ được biểu diễn bởi rất ít các hệ số khai triển Wavelet và các hệ số đó sẽ định vị chủ yếu ở các mức khai triển thô (level cao). Ngược lại, các tần số cao sẽ biểu diễn bởi nhiều hệ số khai triển ở mức khai triển tốt nhất (level thấp). Vậy, chúng ta có thể xác định vị trí các nguồn dị thường trọng lực nhỏ từ nguyên lý chồng chất trường trọng lực bằng cách chọn lựa mức độ phân giải và các hệ số Wavelet chi tiết thích hợp. Công việc chúng ta là tìm các hệ số Wavelet chi tiết có biên độ lớn hơn các hệ số khác quanh nó; Sự định vị của các hệ số Wavelet chi tiết cực đại cho ta mối tương quan với sự định vị các nguồn dị thường trọng lực thặng dư.

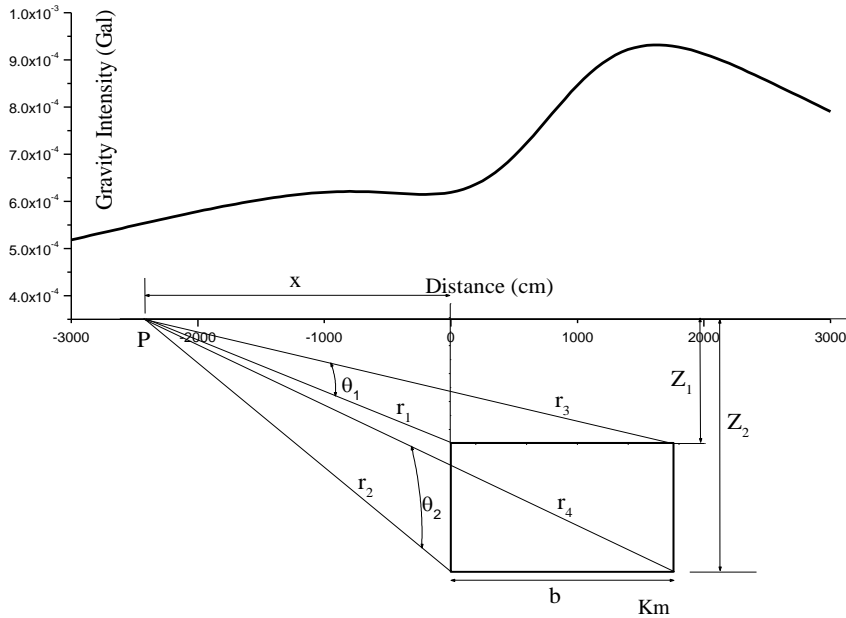
4 PHÂN TÍCH BẰNG PHÉP BIẾN ĐỔI WAVELET

Phương pháp được đề xuất sử dụng phép biến đổi Wavelet để xác định vị trí các dị thường trọng lực thặng dư là một qui trình gồm 3 bước:

- (a) Đầu tiên chúng ta dùng biến đổi Wavelet rời rạc, 1D thử nghiệm lên các mô hình lý thuyết để tính gia tốc trọng trường như một hàm phân bố theo không gian.
- (b) Chọn lựa các hệ hàm cơ sở Wavelet trực chuẩn Daubechies thích hợp ở một mức phân giải (level) thích hợp sao cho cực đại của các hệ số Wavelet chi tiết có vị trí trùng khớp với vị trí với các nguồn dị thường trọng lực tính từ các mô hình lý thuyết.
- (c) Cuối cùng, chúng ta dùng phân tích Wavelet lên trên các số liệu đo thực tế của vùng khảo sát với các hàm Wavelet Daubechies và các mức phân giải thích hợp được chọn lựa từ kết quả thực hiện ở bước b.

5 CÁC MÔ HÌNH LÝ THUYẾT XÁC ĐỊNH NGUỒN TRỌNG LỰC

Trong bài viết này, chúng tôi xây dựng mô hình một vật thể hai chiều có tiết diện hình chữ nhật đặt trong mặt phẳng thẳng đứng như mô tả ở Hình 1.



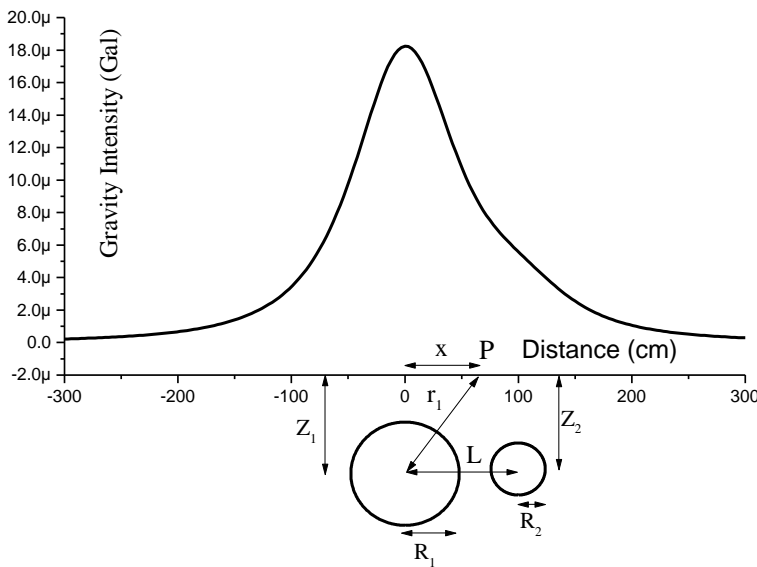
Hình 1: Xác định gia tốc trọng lực ở một điểm P tạo ra do một hình chữ nhật 2D có các độ dài xác định là b và z₂-z₁ đặt trong mặt phẳng tờ giấy. Khoảng cách từ cạnh trên hình chữ nhật đến mặt đo là z₂. Phía trên là đồ thị biểu diễn phân bố trọng lực toàn phần thành phần thẳng đứng đúng theo khoảng cách x tính từ trung tâm là điểm O

Dựa theo Heiland (Heiland, C.A, 1940) gia tốc trọng lực theo phương thẳng đứng của vật hình chữ nhật có thể tính từ phương trình sau:

$$g_z = 2G\rho(z_2\theta_2 - z_1\theta_1 + x \ln \frac{r_1 r_4}{r_2 r_3} + b \ln \frac{r_4}{r_2}) \tag{4}$$

ở đó ρ là tỉ lệ khối lượng riêng của vật so với môi trường bên ngoài.

Mô hình thứ hai là hai quả cầu rắn được mô tả như Hình 2.



Hình 2: Đồ thị gia tốc trọng trường toàn phần thành phần thẳng đứng tạo ra do hai quả cầu được chôn ở các độ sâu z₁ và z₂ so với mặt đo vẽ theo tọa độ x tính từ điểm P so với trung tâm O trên mặt đo

Quả cầu lớn có bán kính R_1 , tạo ra dị thường trọng lực đáng kể so với quả cầu nhỏ có bán kính là R_2 , tạo dị thường thặng dư có giá trị nhỏ. Thành phần thẳng đứng của trọng trường toàn phần g_z có thể tính được tính được từ lý thuyết chồng chất các nguồn trọng trường. Phía trên của Hình 2 vẽ đồ thị thành phần thẳng đứng của cường độ trọng lực toàn phần theo khoảng cách x tính từ điểm P trên mặt đất đến vị trí trung tâm 0.

Theo lý thuyết thể Dobrin (Milton B. Dobrin, 1976), ta có thể chứng minh rằng gia tốc trọng lực ở một điểm P bên ngoài của một quả cầu rắn đồng nhất (mật độ đều nhau) sẽ tương đương gia tốc trọng lực tại P tính với một quả cầu điểm có khối lượng $M = \frac{4\pi R_1^3}{3} \rho$ đặt ở tâm quả cầu đó (với R_1 và ρ lần lượt là bán kính và mật độ khối lượng của quả cầu). Nếu tâm của quả cầu M có độ sâu là z_1 phía dưới mặt đo như mô tả ở hình 2 thì gia tốc trọng trường của quả cầu M tạo ra tại điểm P có tọa độ x sẽ là:

$$g_1 = G \frac{M}{r_1^2} = G \frac{4\pi R_1^3 \rho}{3(x_1^2 + z_1^2)} \rho \tag{5}$$

ở đó $r_1 = \sqrt{x_1^2 + z_1^2}$ và G là hằng số hấp dẫn.

Khi đó thành phần thẳng đứng g_{1z} , được tính là $g_{1z} = g_1 \cos \theta$ sẽ được viết là:

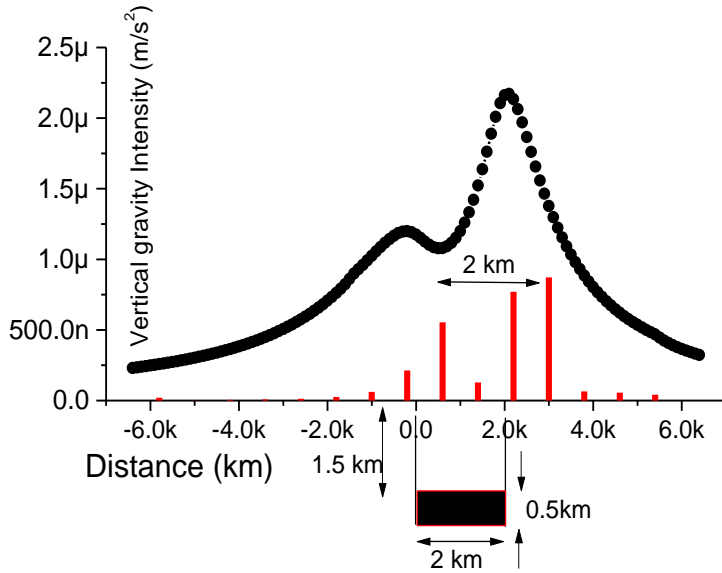
$$g_{1z} = G \frac{M}{r_1^3} z_1 = G \frac{4\pi R_1^3 \rho}{3(x_1^2 + z_1^2)^{3/2}} z_1 \tag{6}$$

Tương tự, thành phần thẳng đứng g_{2z} do quả cầu nhỏ tạo ra sẽ là:

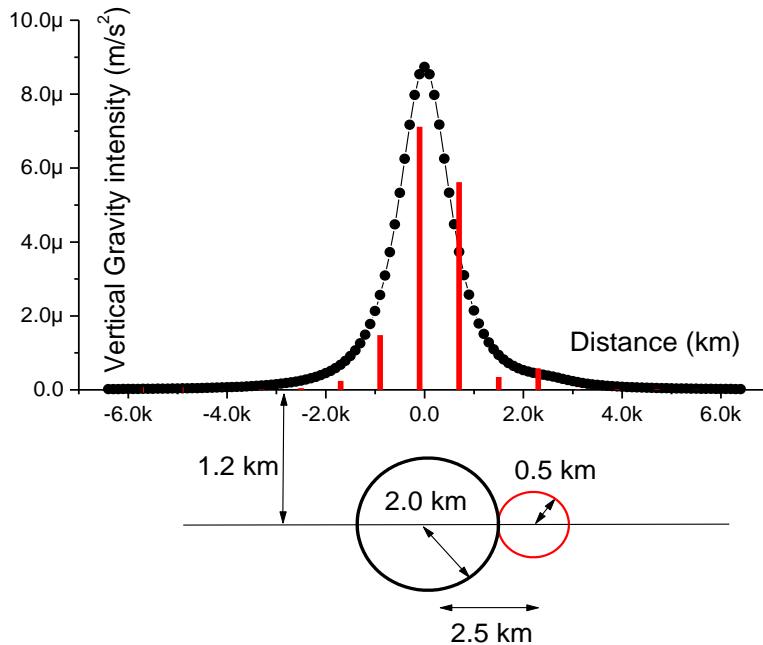
$$g_{2z} = G \frac{M}{r_2^3} z_2 = G \frac{4\pi R_2^3 \rho}{3[(L-x_1)^2 + z_2^2]^{3/2}} z_2 \tag{7}$$

với L là khoảng cách giữa hai tâm của hai quả cầu. z_2 là độ sâu của tâm quả cầu nhỏ so với mặt đo. Trọng trường thẳng đứng toàn phần được tính bằng tổng: $g_z = g_{1z} + g_{2z}$

Các mô hình lý thuyết cấu trúc ở dạng một chuỗi không gian $F(x)$ là các giá trị trọng lực biến đổi theo tọa độ x như mô tả trên, số giá trị tính toán là rời rạc và bằng $N=2^J+1=129$ điểm tính. Dùng bộ công cụ Wavelet, trong phần mềm Matlab 6.5, ta có thể xác định được các nguồn trọng lực địa phương bằng sự định vị của các cực đại của hệ số phân tích Wavelet chi tiết. Các kết quả tốt nhất được mô tả ở hình 3 và hình 4 với công cụ là hàm cơ sở Wavelet trực giao Daubechies 3, phân tích ở tỉ lệ (level) 3.



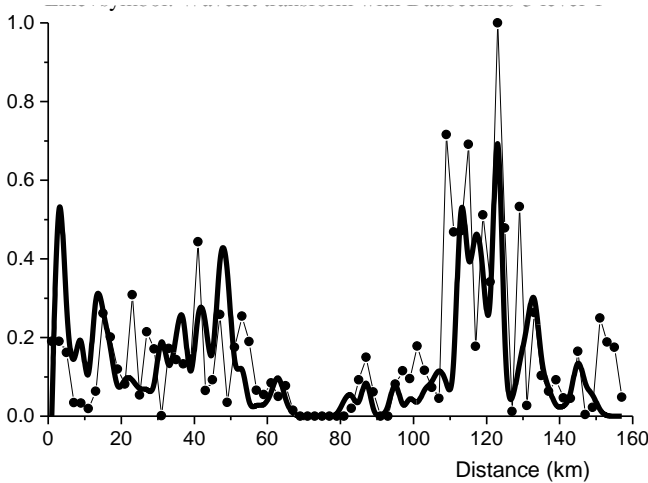
Hình 3: Thành phần thẳng đứng của gia tốc trọng lực và các hệ số khai triển Wavelet chi tiết được vẽ theo tọa độ x so trung tâm O của mặt đo trong bài toán dị thường của hình chữ nhật dựng đứng. Dùng phép biến đổi Wavelet với hàm wavelet trực giao Daubechies 3 ở level 3 ta thấy sự định vị của hai cực đại trong số các hệ số Wavelet chi tiết có thể dùng để suy ra vị trí của hình chữ nhật có độ dài 2km



Hình 4: Gia tốc trọng lực toàn phần thẳng đứng và các hệ số khai triển Wavelet chi tiết được vẽ theo tọa độ x so trung tâm O của mặt đo trong bài toán dị thường trọng lực của hai hình cầu kích thước khác nhau tạo ra. Dùng phép biến đổi Wavelet với hàm wavelet trực giao Daubechies 3 ở level 3 ta thấy tọa độ x của tâm hình cầu nhỏ có thể được nhìn ra dựa vào vị trí của cực đại thứ hai của hệ số Wavelet ở vị trí x=2.5 km

6 KẾT QUẢ DI THƯỜNG BOUGUER CỦA VÙNG ĐỒNG BẰNG SÔNG CỬU LONG THEO PHÂN TÍCH WAVELET RỜI RẠC

Kết quả phân tích cho thấy có sự tương tự với kết quả đạt được bằng cách lấy đạo hàm bậc hai của thành phần trọng trường thẳng đứng trong đó đặc biệt chú ý đến vùng cực đại của phổ hệ số Wavelet chi tiết.



Hình 5: Đồ thị các hệ số Wavelet chi tiết của phép biến đổi Wavelet cho gia tốc dùng hàm Daubechies 3 ở mức 1 (đường đậm) và đạo hàm bậc 2 của dị thường Bouguer về số liệu trọng lực (Đường nhỏ nét) ở vùng Trà Vinh đến Châu Đốc, đồng bằng sông Cửu Long

7 KẾT LUẬN

Mức một của khai triển Wavelet rời rạc thành phần chi tiết Δg cung cấp nhiều thông tin về các nguồn dị thường trọng lực địa phương. Trái lại, các mức cao hơn trong khai triển Wavelet rời rạc cung cấp rất ít các hệ số khai triển chi tiết nhưng nó lại cho ta các thông tin tập trung vào vị trí xác định các nguồn trọng lực giúp ta xác định tâm và kích thước của nguồn dị thường địa phương.

Sử dụng các mô hình, ta thấy có thể tìm được một phương pháp tốt dựa trên các hệ số khai triển Wavelet chi tiết để xác định vị trí của các dị thường địa phương. Phân tích độ rộng phổ của các hệ số Wavelet chi tiết, ta có thể tính được kích thước của các dị thường địa phương. Trong việc phân tích số liệu trọng lực, hàm Wavelet Daubechies 3 là thích hợp nhất cho khai triển Wavelet rời rạc. Mức phân giải thứ 3 là một chọn lựa thích hợp để tách các dị thường thẳng dư ra khỏi dị thường khu vực. Kết quả của phương pháp phân tích Wavelet rời rạc không thua kém phương pháp sử dụng đạo hàm bậc hai của gia tốc trọng lực thẳng đứng. Phương pháp này mang lại nhiều hứa hẹn cho nhiều nghiên cứu ứng dụng sâu hơn cho phân tích các dị thường từ và trọng lực của miền đồng bằng Nam Bộ nói riêng và của Việt nam nói chung.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Daubechies, I., 1992, Ten lectures on Wavelets: SIAM.

Farge, M., 1992: Wavelet transforms and their applications to turbulence. Annu. Rev. Fluid Mech., 24, 395–457.

- Foufoula-Georgiou, E., and P. Kumar, Eds. 1995: *Wavelets in Geophysics*. Academic Press, 373 pp.
- Heiland, C.A., *Geophysical exploration*, p.163, Prentise-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1940
- Liet.D.V, Dau. D.H, 2004, *Application of the Wavelet transform 2D to separate the magnetic anomalies*, Ho Chi Minh City University of Natural Sciences.
- Mallat, S. G., 1989, *A theory for multiresolution signal decomposition: The Wavelet representation: IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11, 674–693.
- Meyers, S. D., B. G. Kelly, and J. J. O'Brien, 1993: *An introduction to Wavelet analysis in oceanography and meteorology: With application to the dispersion of Yanai waves*. *Mon. Wea. Rev.*, 121, 2858–2866.
- Milton B. Dobrin, *Introduction to geophysical prospecting*, McGraw-Hill, New York, 1976.
- Press, W., Teukolsky, S., Vetterling, W., and Flannery, B., 1992, *Numerical recipes: Cambridge University Press*.
- Wang, B., 1995: *Interdecadal changes in El Niño onset in the last four decades*. *J. Climate*, 8, 267–285.—, and Y. Wang, 1996: *Temporal structure of the Southern Oscillation as revealed by waveform and Wavelet analysis*. *J. Climate*, 9, 1586–1598.
- Vetterli, M., and Kovacevic, J., 1995, *Wavelets and subband coding: Prentice Hall*.