Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ
website: sj.ctu.edu.vn

DẠY HỌC TƯ TƯỞNG TÍCH PHÂN THÔNG QUA TÌNH HUỐNG TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH THANG CONG

Võ Lâm Ngọc Toán

Khoa Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ

Thông tin chung:
Ngày nhận: 25/05/2015
Ngày chấp nhận: 22/12/2015

Title:
Teaching the thought of integral through a situation of calculating area of curved trapezoid

Từ khóa:
Khái niệm tích phân, tư tưởng tích phân, hình thang cong, tổng Riemann, tích phân xác định

Keywords:
Integral concepst, thought of integral, curved trapezoidal, riemann sums, definite integral

ABSTRACT

Integral concept is an important concept of calculus. The understanding the thought of the integral was split; the concepts such as "partition", “sum” and “limit switch” contributed to the understanding meanings of this concept. But according to the current curriculum of Vietnam, the secondary school students have not known them. By analyzing the integral concept in James Stewart's Calculus textbooks (seventh edition), we proposed a lesson plan to teach ideas of integral defined as the limit of a Riemann sums through presenting a situation of calculating curved trapezoidal area for secondary school students. This study may contribute little to make reference to develop new curriculum and textbooks after 2015. We carried out a experimental teaching with Grade 11 students in Tay Do secondary school, Hau Giang province. The experimental sessions were held at the end of academic year of Grade 11 after students had completed the limit chapter. After the experimental teaching, the results showed that secondary school’s students could acquire this idea.

TÓM TẮT

Khái niệm tích phân là một khái niệm quan trọng của Giải tích. Việc hiểu tư tưởng chính của tích phân lại là chia nhỏ; các khái niệm như “phân hoạch”, “tính tổng” và “chuyển qua giới hạn” góp phần hiểu rõ nghĩa của khái niệm này. Nhưng theo chương trình hiện hành, điều này đã không được học sinh trung học phổ thông Việt Nam biết đến. Qua việc phân tích khái niệm tích phân trong giáo trình Calculus của James Stewart (phiên bản 7), chúng tôi đề xuất một giáo án dạy học tư tưởng tích phân xác định như là giới hạn của một tổng Riemann thông qua dạy học tình huống tính diện tích hình thang cong cho học sinh trung học phổ thông Việt Nam. Nghiên cứu này có thể góp một phần nhỏ để làm tham khảo cho việc xây dựng chương trình và các sách giáo khoa (SGK) mới sau năm 2015. Tác giả đã dạy thực nghiệm với đối tượng học sinh lớp 11 tại trường trung học phổ thông Tây Đô, tỉnh Hậu Giang. Buổi thực nghiệm được tổ chức vào cuối năm lớp 11, sau khi học sinh học xong chương Giới hạn. Kết quả sau khi dạy thực nghiệm giáo án, cho thấy, học sinh trung học phổ thông có thể tiếp thu được tư tưởng này.

1 GIỚI THIỆU GIÁO TRÌNH CALCULUS CỦA MỸ

Tên giáo trình: "Calculus early transcendentals" (tái bản lần thứ 7) của tác giả James Stewart, Đại học McMaster và Đại học Toronto (Mỹ). Giáo trình này được dùng cho sinh viên năm nhất các trường Đại học Mỹ và một số trường Đại học giảng dạy bằng tiếng Anh ở Việt Nam như Đại học Hoa Sen, Đại học FPT,...

Tác giả James Stewart đặt ra mục tiêu của cuốn giáo trình này là truyền đạt cho học sinh ý thức về các lợi ích của giải tích và phát triển các năng lực. Trong phiên bản thứ bảy này, tác giả nhấn mạnh trọng tâm là đạt được sự hiểu biết về khái niệm. Cuốn sách chứa đựng các yếu tố của cải cách, nhưng trong bối cảnh của một chương trình giảng dạy truyền thống. Bên cạnh đó, giáo trình cũng trình bày mô hình toán học rất hữu ích và cụ thể giúp chúng ta hình dung được một quy trình giải quyết một vấn đề nảy sinh trong thế giới thực của chúng ta với sự giúp ích đặc biệt của toán học.

Giáo trình Calculus (phiên bản 7) được chúng tôi chọn đã lựa chọn các vấn đề nảy sinh khái niệm trong lịch sử toán học để giới thiệu khái niệm. Vì vậy, chúng tôi giới thiệu nghiên cứu của mình bằng cách xác định các ý nghĩa, kiểu nhiệm vụ trong giáo trình này làm tham chiếu để xây dựng và thực nghiệm một giáo án dạy học thử tư tưởng tích phân. Ngoài ra, các kiến thức giải tích đề cập trong giáo trình rất gần với những nội dung được giảng dạy ở phổ thông Việt Nam. Phân tích giáo trình giúp chúng tôi hiểu rõ hơn về khái niệm đang xét và điều chỉnh kiến thức của chính mình.

Phân tích giáo trình, chúng tôi nhận thấy gồm có 3 kiểu nhiệm vụ chính: T_1: Tính gần đúng diện tích, T_2: Tính gần đúng quãng đường, T_3: Tính chính xác giá trị tích phân bằng định nghĩa. Thống kê được kiểu nhiệm vụ T_1: Tính gần đúng diện tích "hình cong": 23/82 tổng số ví dụ và bài tập, kiểu nhiệm vụ T_2: Tính gần đúng quãng đường chiếm 7/82 tổng số ví dụ và bài tập, kiểu nhiệm vụ T_3: Tính chính xác tích phân bằng định nghĩa chiếm 13/82 tổng số ví dụ và bài tập.

2 TIẾP CẬN TÍCH PHÂN QUA BÀI TOÁN TÍNH DIỆN TÍCH

2.1 Tiếp cận diện tích từ phương diện số đo diện tích

Sau đây là một số minh chứng trích dẫn từ Giáo trình Calculus của Mỹ (Các phần in nghiêng) [5].

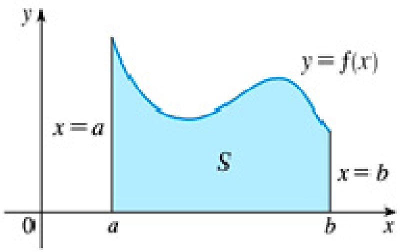
Chương 5, trang 360, giáo trình bắt đầu bằng một tình huống có vấn đề: bài toán tìm diện tích có một giới hạn bởi đồ thị của hàm số f(x):

Tìm diện tích của miền S nằm dưới đường cong từ a đến b. Có nghĩa là S, minh họa ở Hình 1, được giới hạn bởi đồ thị của một hàm liên tục f , đường thẳng x = a, x = b và trục hoành.

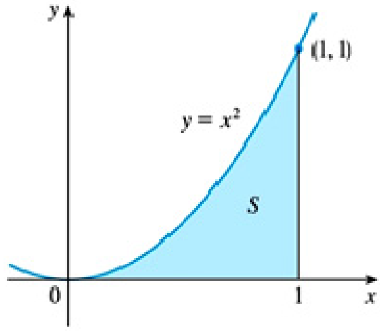
Bài toán này mở đầu cho sự liên hệ giữa diện tích của một hình thang cong với tích phân xác định. Để tính diện tích của một miền với các mặt bên là đường cong thì không dễ dàng gì. Như vậy, đây là một tình huống có vấn đề.

Tiếp đến, giáo trình đưa ra ví dụ 1 ở trang 360, bước đầu hình thành định nghĩa diện tích giới hạn bởi đường cong đã cho.

Ví dụ 1. Dùng các hình chữ nhật để ước lượng diện tích nằm dưới parabol từ 0 đến 1 (miền parabol S minh họa trong Hình 2).



Hình 1: Hình thang cong



Hình 2: Diện tích miền S

Ví dụ có các bước giải như sau:

Chia S thành 4 phần S_1, S_2, S_3 và S_4 bởi vẽ các đường thẳng $x=\frac{1}{4}, x=\frac{1}{2}$ và $x=\frac{3}{4}$, ta được các đoạn con sau: $\left[0;\frac{1}{4}\right],\left[\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right],\left[\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right],\left[\frac{3}{4};1\right]$.

Mỗi hình chữ nhật đều có chiều rộng là $\frac{1}{4}$ và các chiều cao là $\left(\frac{1}{4}\right)^2, \left(\frac{1}{2}\right)^2, \left(\frac{3}{4}\right)^2$, và 1^2.

Tại các điểm đầu mút bên phải của mỗi đoạn con, ta tính tổng các diện tích của các hình chữ nhật xấp xỉ, ta có:

$$R_4 = \frac{1}{4}.\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{4}.\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}.\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{4}.1^2 = \frac{15}{32} = 0.46875.$$

Tại các điểm đầu mút bên trái của mỗi đoạn con, tổng các diện tích của các hình chữ nhật xấp xỉ là

$$L_4 = \frac{1}{4}.0^2 + \frac{1}{4}.\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{4}.\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}.\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{32} = 0.21875.$$

Ta thấy rằng diện tích của S thì lớn hơn L_4 và nhỏ hơn R_4, vì thế ta có ước lượng trên và dưới cho A: $0.21875 < A < 0.46875$.

Khi tăng số hình chữ nhật lên 50, 1000 thì diện tích của S ước lượng ngày càng chính xác hơn với các điểm đầu mút phải và đầu mút trái.

Như vậy, giáo trình giới thiệu cách ước lượng diện tích của hình cần tìm bằng cách tìm hai khoảng ước lượng trên và ước lượng dưới trong một ví dụ cụ thể. Với số lượng hình chữ nhật lớn ta sẽ thu hẹp khoảng ước lượng diện tích của hình cần tìm. Ước lượng bằng cận trên và cận dưới cho ta biết một độ chính xác: nếu chọn một giá trị bất kì trong đoạn [cận dưới, cận trên] làm giá trị gần đúng cho diện tích cần tìm thì độ chính xác của nó là ε = cận trên – cận dưới.

2.2 Định nghĩa diện tích

Chương 5, bài 5.2, trang 365, từ các hoạt động mở đầu, giáo trình đưa ra định nghĩa diện tích của miền S bằng cách tính giới hạn của tổng diện tích các hình chữ nhật $f(x_i)\Delta x$.

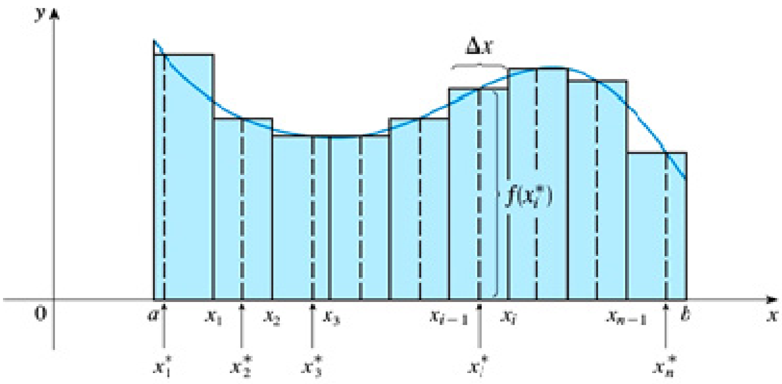
Diện tích A của miền S nằm dưới đồ thị của hàm số liên tục f là giới hạn của tổng các diện tích của các hình chữ nhật xấp xỉ:

$$A = \lim_{n\to\infty} R_n = \lim_{n\to\infty}\left[f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + \ldots + f(x_n)\Delta x\right]$$

Bài 5.2, trang 365, giới hạn này không đổi khi ta lấy một giá trị x bất kì trong mỗi đoạn Δx để tính f(x):

Thật vậy, thay vì lấy hai đầu mút, ta có thể lấy độ cao của hình chữ nhật thứ i để lấy giá trị của f ở bất kì số x_i^* nào trong đoạn thứ i $[x_{i-1}, x_i]$. Ta gọi những số $x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*$ là những điểm đại diện. Hình 3 chỉ ra những hình chữ nhật xấp xỉ khi những điểm đại diện không được chọn là các đầu mút. Vì thế một biểu diễn thông thường cho diện tích của S là

$$A = \lim_{n\to\infty}\left[f(x_1^*)\Delta x + f(x_2^*)\Delta x + \ldots + f(x_n^*)\Delta x\right]. \quad [4]$$



Hình 3: Diện tích hình thang cong được chia bởi các hình chữ nhật

Như vậy, từ một hoạt động tiếp cận, tác giả nhận xét rằng việc tính diện tích của hình giới hạn bởi các đường cong $y = f(x), y = 0, x = a, x = b$ có thể sử dụng các điểm đại diện là điểm đầu mút bên phải, điểm đầu mút bên trái hoặc điểm bất kì trong mỗi đoạn phân hoạch để làm chiều cao $f(x_i)$ của hình chữ nhật.

Chương 5, bài 5.2, trang 378, giáo trình đưa vào quy tắc trung điểm để tính gần đúng tích phân:

Quy tắc trung điểm $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{n} f(\overline{x}_i)\Delta x = \Delta x\left[f(\overline{x}_1)+...+f(\overline{x}_n)\right]$ trong đó $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ và $\overline{x}_i = \frac{1}{2}(x_{i-1}+x_i) =$ trung điểm của $\left[x_{i-1}, x_i\right]$.

Ở đây, ta thấy một tổng Riemann là một phép tính xấp xỉ của một tích phân, việc tính gần đúng diện tích dễ dàng tính toán hơn khi ta chọn các điểm đại diện của mỗi đoạn con là các trung điểm. Ta sử dụng quy tắc trung điểm để tính gần đúng tích phân thì hiệu quả cao hơn so với dùng đầu mút trái và đầu mút phải.

Chương 5, bài 5.2, trang 378, ví dụ 5 đã làm rõ cho quy tắc trung điểm đã nói ở trên:

Ví dụ 5. Dùng quy tắc trung điểm với $n = 5$ để tính xấp xỉ $\int_1^2 \frac{1}{x}dx.$

Giáo trình giải ví dụ trên như sau:

Các điểm đầu mút của 5 đoạn là 1, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, và 2.0, vì thế các trung điểm của mỗi đoạn lần lượt là 1.1, 1.3, 1.5, 1.7, và 1.9. Độ rộng của mỗi đoạn là $\Delta x = (2-1)/5 = \frac{1}{5}$, áp dụng quy tắc trung điểm, ta có:

$$\int_1^2 \frac{1}{x}dx \approx \Delta x\left[f(1.1)+f(1.3)+f(1.5)+f(1.7)+f(1.9)\right]$$

Việc tính chính xác diện tích bằng định nghĩa thường khó tiếp cận bởi vì phải tính một tổng vô hạn thông qua khái niệm giới hạn. Để hiểu tư tưởng này, các ví dụ trong giáo trình thường đi kèm với việc tính gần đúng tích phân với số phân hoạch giới hạn. Khi tính gần đúng, việc chọn các giá trị x^* là trung điểm của các phân hoạch cho kết quả chính xác hơn việc chọn các đầu mút của phân hoạch.

3 NGHIÊN CỨU THỰC NGHIỆM

– Chúng tôi phân tích khái niệm tích phân trong Giáo trình Caculus của Mỹ (phiên bản 7) và đề nghị một giáo án dạy học tư tưởng tích phân theo quy trình: "phân hoạch", "tính tổng" và "chuyển qua giới hạn" thông qua tình huống tính diện tích hình thang cong bằng quy tắc trung điểm. Giáo án đề ra mục tiêu là giúp học sinh hiểu tổng diện tích các hình chữ nhật càng gần diện tích hình cong khi số hình chữ nhật ngày càng tăng lên và diện tích hình cong chính là giới hạn của tổng này. Qua đó, giúp học sinh hiểu được nghĩa của kí hiệu tích phân $\int$.

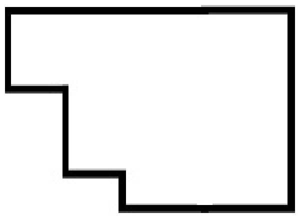
– ***Thử nghiệm sư phạm:*** Xây dựng và thử nghiệm một giáo án dạy học tư tưởng tích phân thông qua tình huống tính diện tích hình thang cong với các hoạt động dạy học cho học sinh trung học phổ thông Việt Nam. Đối tượng dạy thực nghiệm là học sinh lớp 11, chúng tôi chọn đối tượng này vì các em vừa học xong chương Giới hạn. Chúng tôi muốn khảo sát xem học sinh trung học phổ thông Việt Nam có tiếp thu được tư tưởng tích phân hay không, góp phần viết chương trình và sách giáo khoa mới của nước ta hiện nay.

3.1 Giới thiệu giáo án

Chúng tôi chia lớp thành 9 nhóm, mỗi nhóm từ 3 – 4 học sinh để thực hiện các hoạt động dạy học mà giáo viên giao cho. Trong khuôn khổ bài báo, chúng tôi chỉ trình bày tóm gọn giáo án dạy học qua 5 hoạt động dạy học sau:

Hoạt động 1

Cho hình vẽ :



Hình 4: Hình ghép bởi các hình chữ nhật

Các em hãy nêu cách tính diện tích của hình trên.

Mục tiêu ở hoạt động 1:

Hình 4 minh họa một hình được ghép bởi các hình chữ nhật, chúng tôi hướng học sinh đến cách tính diện tích bằng cách chia diện tích thành các hình chữ nhật. Chúng tôi đặt học sinh vào một tình huống gợi vấn đề - tính diện tích của một hình ghép từ các hình chữ nhật. Tình huống này tạo thuận lợi cho chiến lược chia hình ghép thành những hình nhỏ hơn như hình chữ nhật, tam giác mà ta đã biết công thức tính diện tích.

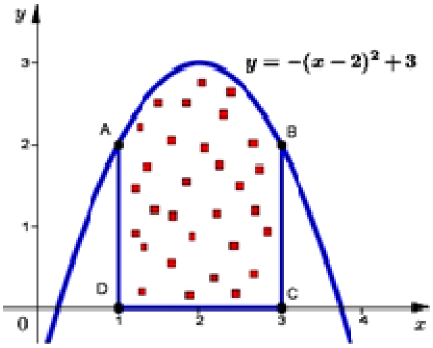
Dự kiến tổng kết của giáo viên:

Qua bài toán trên, ta thấy có nhiều cách khác nhau để tính diện tích của hình đã cho. Nhưng cách các em dễ thực hiện nhất đó là chia diện tích hình đã cho thành các hình chữ nhật, tính diện tích của từng hình chữ nhật đó rồi cộng các diện tích lại với nhau, ta được diện tích của hình cần tìm.

Hoạt động 2

Giáo viên chiếu lên bảng phương trình và đồ thị của parabol (P): (hình minh họa bên dưới).

Có thể tính chính xác diện tích hình thang cong ABCD hay không? Giải thích câu trả lời của nhóm.



Hình 5: Diện tích hình cong ABCD

Hình 5 minh họa diện tích hình thang cong được giới hạn bởi đồ thị của parabol có phương trình , trục hoành và hai đường thẳng

Mục tiêu hoạt động 2:

Chúng tôi đặt học sinh vào một tình huống phải tính gần đúng diện tích của hình. Từ chiến lược chia thành các hình nhỏ quen thuộc ở hoạt động 1. Trong hoạt động này, chúng tôi sẽ xem xét tư tưởng chia nhỏ diện tích hình cong thành các hình quen thuộc có xuất hiện hay không và như thế nào (nếu xuất hiện). Từ việc dự kiến sự xuất hiện của chiến lược phân hoạch trong hoạt động này, giáo viên sẽ tổng kết thành bước quan trọng để tính gần đúng tích phân.

Dự kiến tổng kết của giáo viên:

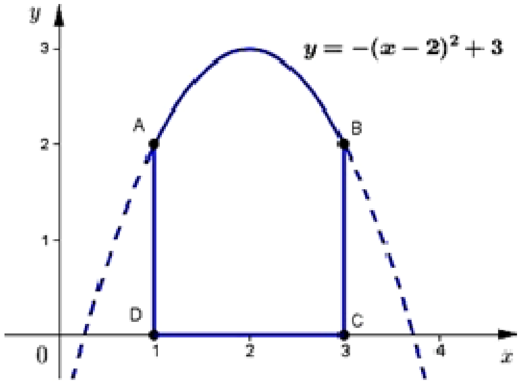
Ta thấy hình thang cong ABCD chưa biết cách tính chính xác diện tích hình thang cong ABCD nhưng chúng ta có thể chia hình thành các hình nhỏ hơn đã biết cách tính diện tích. Do đó, chúng ta sẽ tìm cách tính gần đúng diện tích của hình thang cong này.

Hoạt động 3

Cho phương trình của Parabol (P): và đồ thị (hình minh họa bên dưới) với câu hỏi:

Hãy tính gần đúng diện tích ABCD. (Lưu ý: trình bày rõ cách tính của nhóm).

Hình 6 minh họa hình thang cong được giới hạn bởi đồ thị của parabol có phương trình , trục hoành và hai đường thẳng



Hình 6: Hình thang cong ABCD

Mục tiêu hoạt động 3:

Giúp HS hiểu được cách tính gần đúng diện tích của hình thang cong bằng cách phân hoạch hình thang cong thành các hình chữ nhật sau đó tính tổng của chúng.

Dự kiến tổng kết của giáo viên:

Ở đây, chúng ta tính gần đúng bằng cách vẽ các hình chữ nhật nằm bên trong diện tích của hình thang cong. Chia đoạn thành các đoạn bằng nhau. Bao nhiêu đoạn sẽ tương ứng với số hình chữ nhật. Tổng diện tích của các hình chữ nhật này chính là diện tích gần đúng cần tìm.

Lưu ý với học sinh rằng, chúng ta có thể chia diện tích càng nhiều hình chữ nhật thì càng tốt. Khi số hình chữ nhật tăng lên thì tổng diện tích của các hình chữ nhật tính được sẽ ngày càng gần bằng với diện tích chính xác của hình thang cong ABCD.

Thuyết trình quy tắc trung điểm và tư tưởng tích phân

Tác giả thuyết trình cách tính gần đúng diện tích của hình thang cong bằng quy tắc trung điểm và mô tả khi số hình chữ nhật ngày càng tăng thì tổng diện tích hình chữ nhật càng xấp xỉ diện tích hình cong bằng powerpoint cho học sinh quan sát (giáo viên sẽ vừa thao tác vừa giảng). Tiếp đến, tác giả nói rằng khi n tiến ra vô hạn (nghĩa là số hình chữ nhật ra vô hạn), trường hợp này, tổng các hình chữ nhật sẽ có giới hạn là diện tích). Cuối cùng, giáo viên giới thiệu kí hiệu tích phân

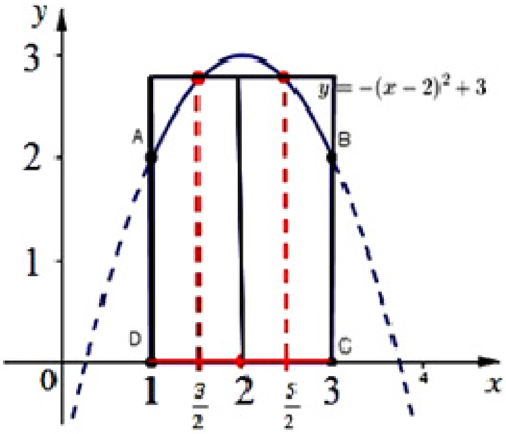
Mục tiêu ở hoạt động 4:

Hình thành cho HS cách tính gần đúng diện tích bằng quy tắc trung điểm và hiểu được khi số lượng hình chữ nhật ngày càng tăng thì tổng diện tích các hình chữ nhật này ngày càng xấp xỉ diện tích hình thang cong. Do đó, tổng diện tích các hình chữ nhật sẽ có giới hạn là diện tích của hình thang cong. Qua đó, HS hiểu được kí hiệu tích phân

Dự kiến những gì giáo viên sẽ tổng kết:

Chúng tôi thuyết trình cách tính gần đúng diện tích của hình thang cong bằng quy tắc trung điểm thông qua việc trình chiếu powerpoint:

Hình 7 minh họa việc tính gần đúng diện tích hình thang cong ABCD bằng 2 hình chữ nhật. Ta sẽ chia đoạn thành hai đoạn bằng nhau. Đoạn thứ nhất từ 1 đến 2, đoạn thứ hai từ 2 đến 3. Vậy độ rộng của mỗi hình chữ nhật là 1.



Hình 7: Tính gần đúng với 2 hình chữ nhật

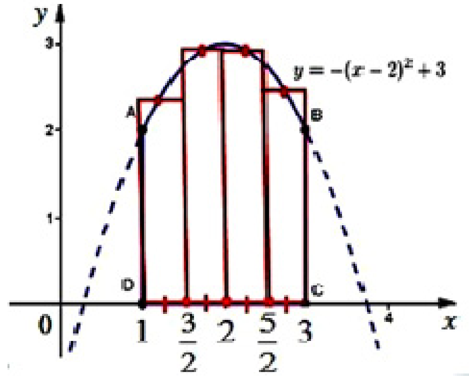
Tiếp đến, chúng ta tìm trung điểm của hai đoạn vừa chia. Trung điểm đoạn thứ nhất là trung điểm đoạn thứ hai là. Chiều dài của mỗi hình chữ nhật được tính bằng cách thế trung điểm vừa tìm được vào phương trình của hàm số. Chiều dài của mỗi hình chữ nhật chính là giá trị của hàm số tại trung điểm của mỗi đoạn con và chiều rộng được tính bằng cách lấy điểm cuối trừ điểm đầu tương ứng với mỗi đoạn.

Chiều dài hình chữ nhật thứ nhất là và chiều rộng bằng 1, chiều rộng được tính bằng cách lấy điểm cuối trừ điểm đầu của mỗi đoạn. Tìm được diện tích hình chữ nhật thứ nhất sẽ bằng. Tương tự, chiều dài của hình chữ nhật thứ hai là và chiều rộng bằng 1. Vậy diện tích hình chữ nhật thứ hai cũng bằng. Cộng hai diện tích lại ta được diện tích gần đúng của hình cần tìm là

Tương tự, chúng tôi yêu cầu HS tính tổng diện tích của 4 hình chữ nhật theo quy tắc trung điểm chúng tôi đã hướng dẫn. HS tính được diện tích gần đúng của hình đã cho với 4 hình chữ nhật là 5.375 (Minh họa ở Hình 4).

Mô tả khi số hình chữ nhật ngày càng tăng thì tổng diện tích của các hình chữ nhật ngày càng xấp xỉ diện tích hình thang cong. HS quan sát sự thay đổi của diện tích gần đúng của hình thang cong khi số hình chữ nhật thay đổi với n = 10, n = 15,…, n = 50 và nói rằng khi n tiến ra vô tận thì diện tích gần đúng sẽ có giới hạn là diện tích hình thang cong.

Tiếp đến, chúng tôi sẽ giới thiệu đến HS kí hiệu tích phân là tổng vô hạn của các tích là diện tích của hình chữ nhật.



Hình 8: Tính gần đúng với 4 hình chữ nhật

Giá trị của diện tích hình thang cong ABCD là 5.33.

Kí hiệu này hàm chứa nghĩa trong chữ Sum, nghĩa là tổng. Do chữ cái đầu S kéo dài ra. Đó chính là kí hiệu của tích phân. Các em sẽ học cách tính tích phân ở lớp 12.

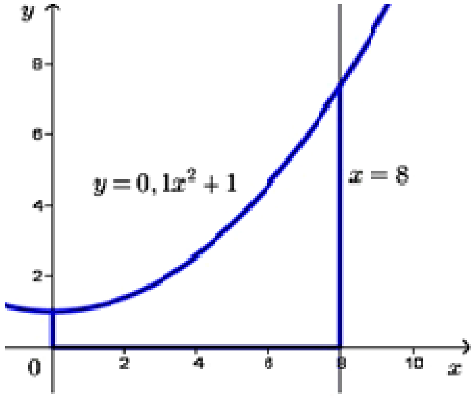
Đạt được mục tiêu ban đầu là học sinh hiểu quy tắc trung điểm, khi số hình chữ nhật ngày càng tăng lên thì diện tích gần đúng sẽ ngày càng gần bằng diện tích hình thang cong. Và khi n hình chữ nhật tiến ra vô tận thì tổng diện tích các hình chữ nhật có giới hạn là diện tích hình thang cong. Tác giả giới thiệu kí hiệu tích phân là tổng của các tích chiều dài và chiều rộng của n hình chữ nhật.

Bài tập cá nhân của học sinh

Cho A là diện tích của miền giới hạn bởi đồ thị của hàm số , trục hoành và hai đường thẳng . Dùng 4 hình chữ nhật tính gần đúng diện tích (hình vẽ minh họa).

Mục tiêu ở hoạt động 5:

Đánh giá kết quả của học sinh sau khi học cách tính gần đúng diện tích của hình thang cong bằng quy tắc trung điểm.



Hình 9: Bài tập cá nhân của học sinh

3.2 Kết quả và bàn luận

Hoạt động 1

Chúng tôi phát ra cho học sinh có tổng số phiếu học tập là 9. Mỗi nhóm học sinh được nhận 1 phiếu.

Qua Bảng 1, chúng tôi nhận thấy đạt được mục tiêu đã đề ra là học sinh chia hình ghép thành 3 hình chữ nhật, tính diện tích của các hình này, sau đó tính tổng diện tích của chúng.

Hoạt động 2

Bảng 2 cho thấy các em học sinh đều trả lời hoạt động 2 là không tính được diện tích của hình thang cong ABCD.

Bảng 1: Bảng thống kê câu trả lời của các nhóm ở hoạt động 1

Các câu trả lời của nhóm	Chia thành 3 hình chữ nhật rồi tính tổng	Diện tích hình chữ nhật lớn trừ cho diện tích bị mất	Tổng
Tỉ lệ	8/9	1/9	9/9

Bảng 2: Bảng thống kê câu trả lời của các nhóm ở hoạt động 2

Câu trả lời của các nhóm	Nhóm trả lời không tính được diện tích chính xác của hình thang cong		Nhóm trả lời tính được diện tích chính xác của hình thang cong	Tổng
	Giải thích được	Không giải thích được		
Tỉ lệ	3/9	6/9	0/9	9/9

Bảng 3: Bảng thống kê câu trả lời của các nhóm ở hoạt động 3

Câu trả lời của các nhóm	Không tính được diện tích gần đúng	Tính tổng diện tích hình vuông ABCD và hình tam giác	Tính diện tích hình vuông ABCD	Tổng
Tỉ lệ	1/9	6/9	2/9	9/9

Chúng tôi đạt được mục tiêu ở hoạt động 2 là hướng học sinh đến cách tính gần đúng diện tích hình thang cong.

Hoạt động 3

Qua câu trả lời của 9 nhóm được chúng tôi thống kê ở Bảng 3, có 6 nhóm tính gần đúng diện tích bằng cách tính tổng diện tích hình vuông ABCD và hình tam giác AMB với M thuộc cạnh cong AB. Tính được diện tích gần đúng là 5. Các em đã sử dụng quan điểm hình học đã học ở các lớp dưới để giải quyết bài toán là tính diện tích của một hình chữ nhật và một hình tam giác để giải. Các em chưa biết được cách tính gần đúng diện tích bằng cách chia diện tích của hình đã cho thành các hình chữ nhật.

Giống như mong đợi của chúng tôi, đa số các nhóm giải bài toán, dùng nhiều hình nhỏ quen thuộc nằm bên trong hình để tính gần đúng hình cong. Chúng tôi nhận thấy rằng, tư tưởng phân hoạch đã xuất hiện đối với học sinh. Và có 2 nhóm trong 9 nhóm chỉ dùng hình quen thuộc đã biết cách tính diện tích, cụ thể là hình vuông để tính gần đúng.

Ngoài ra, nhóm 4, nhóm còn lại trong 9 nhóm, không biết tính gần đúng hình thang cong ABCD, có thể vì các em còn lạ lẫm với hình thang cong nên không biết tính như thế nào trong trường hợp này.

Đạt được mục tiêu ở hoạt động 3 là đa số học sinh đã biết tính gần đúng diện tích hình thang cong bằng cách tính diện tích các hình nhỏ quen thuộc như hình vuông, hình tam giác nằm bên trong diện tích. Vậy tư tưởng phân hoạch đã xuất hiện đối với HS.

Thuyết trình quy tắc trung điểm và tư tưởng tích phân của giáo viên

Chúng tôi hướng dẫn học sinh tính gần đúng diện tích với 2 hình chữ nhật tương ứng với hai đoạn được chia bằng quy tắc trung điểm. Chiều dài của mỗi hình chữ nhật chính là giá trị của hàm số $f(x)$ tại trung điểm của mỗi đoạn được chia và chiều rộng được tính bằng cách lấy điểm cuối trừ điểm đầu tương ứng với mỗi đoạn con.

Tiếp đến, chúng tôi mô tả tư tưởng tích phân cho học sinh:

HS quan sát khi số hình chữ nhật ngày càng tăng thì tổng diện tích các hình chữ nhật sẽ xấp xỉ diện tích hình cong. Tổng này có giới hạn là diện tích chính xác của hình thang cong khi n hình chữ nhật tiến ra vô tận.

Chúng tôi tính được diện tích chính xác của hình thang cong ABCD với giá trị là 5.33 bằng cách tính tích phân xác định.

Ta có: $\int_1^3 f(x)\,dx = \int_1^3 \left[-(x-3)^2+3\right]dx = 5.33.$

Giáo viên nói rằng, các em có thể tính diện tích chính xác của hình thang cong bằng cách lấy giới hạn của tổng diện tích các hình chữ nhật và các em sẽ học cách tính tích phân ở lớp 12. Sau đó, giáo viên giới thiệu ký hiệu tích phân $\int$ là tổng diện tích của các hình chữ nhật. Ký hiệu này được lấy từ chữ cái S trong chữ Sum, nghĩa là tổng.

Chúng tôi nhận thấy rằng, đạt được mục tiêu đã đề ra là học sinh hiểu được quy tắc trung điểm và khi số hình chữ nhật tăng lên thì tổng diện tích các hình chữ nhật sẽ càng gần với diện tích hình thang cong. Tổng này sẽ có giới hạn là diện tích hình thang cong khi n số hình chữ nhật tiến ra vô tận và hiểu được ý nghĩa của kí hiệu tích phân.

Bài tập cá nhân của học sinh

Cuối tiết dạy, chúng tôi phát phiếu điều tra cho học sinh nhằm tìm hiểu quan niệm và sự hiểu biết của các em về ý nghĩa khái niệm tích phân sau khi đã học xong khái niệm. Chúng tôi thu được kết quả như sau:

Tổng số phiếu phát ra: 35 phiếu.

Số phiếu không trả lời: 0 phiếu.

Số phiếu có câu trả lời đúng: 18 phiếu.

Số phiếu có câu trả lời sai: 17 phiếu. Trong đó, số phiếu hiểu được nhưng tính sai kết quả là 11 phiếu, số phiếu hiểu sai bài toán là 6 phiếu.

Sau khi giáo viên dạy tư tưởng tích phân, học sinh đã biết cách tính gần đúng diện tích bằng cách chia diện tích thành các hình chữ nhật. Sau đó, các em sử dụng quan điểm giải tích để tính diện tích của các hình chữ nhật. Sau đây là kết quả thu được từ các phiếu làm bài của cá nhân học sinh được thể hiện trong Bảng 4.

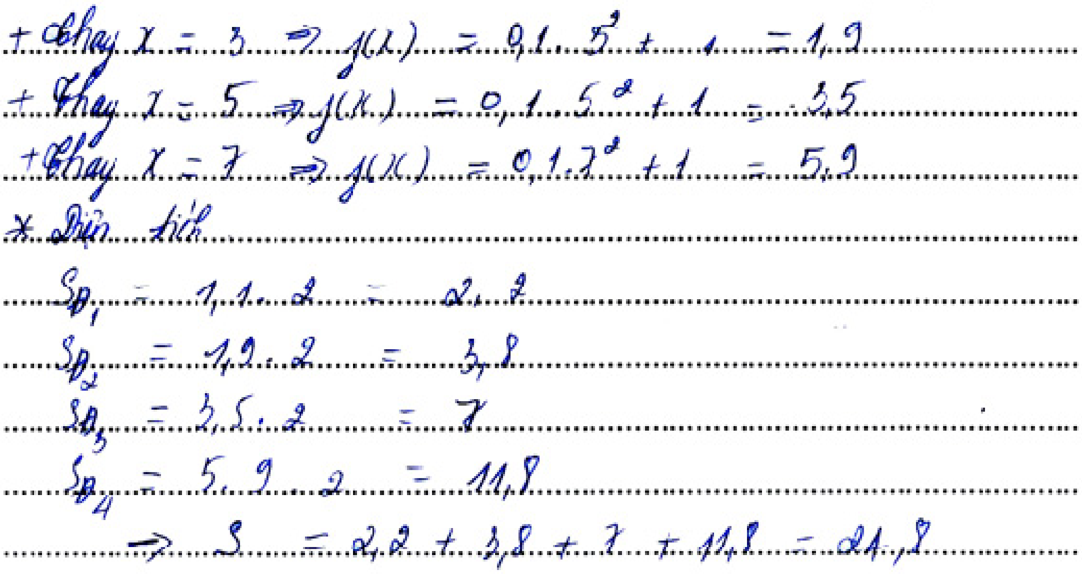
Bảng 4: Bảng thống kê bài tập cá nhân của học sinh

Câu trả lời của học sinh	Tính được diện tích gần đúng	Sai trong việc tính toán	Hiểu sai	Tổng
Tỉ lệ	18/35	11/35	6/35	35/35

Trong bài tập cá nhân của HS, chúng tôi nhận thấy có 29/35 học sinh của lớp thực nghiệm hiểu được việc tính gần đúng diện tích hình cong bằng cách chia diện tích thành 4 hình chữ nhật sau đó cộng tất cả các diện tích của 4 hình chữ nhật lại được diện tích gần đúng mà đề bài yêu cầu. Trong đó, có 18 em cho kết quả chính xác, 11 em còn lại do kỹ năng tính toán còn hạn chế dẫn đến cho đáp án không đúng. Bên cạnh đó, có 6/35 em HS không giải được bài toán chúng tôi đặt ra. Nhận thấy rằng, phần lớn các em hiểu được tư tưởng phân hoạch.

Qua tiết dạy thực nghiệm, học sinh hiểu được việc tính gần đúng diện tích hình cong bằng cách chia diện tích thành 4 hình chữ nhật sau đó cộng tất cả các diện tích của 4 hình chữ nhật lại được diện tích gần đúng mà đề bài yêu cầu.

Bài làm minh họa của học sinh lớp 11TN


+ thay $x = 3 \Rightarrow f(x) = 0,1.3^2 + 1 = 1,9$
+ Thay $x = 5 \Rightarrow f(x) = 0,1.5^2 + 1 = 3,5$
+ thay $x = 7 \Rightarrow f(x) = 0,1.7^2 + 1 = 5,9$
* Diện tích
$S_{D_1} = 1,1.2 = 2,2$
$S_{D_2} = 1,9.2 = 3,8$
$S_{D_3} = 3,5.2 = 7$
$S_{D_4} = 5,9.2 = 11,8$
$\Rightarrow S = 2,2 + 3,8 + 7 + 11,8 = 24,8$

4 KẾT LUẬN

Qua tiết thử dạy, chúng tôi đánh giá được học sinh biết tính diện tích gần đúng của hình thang cong bằng việc tính tổng diện tích của các hình chữ nhật và khi số hình chữ nhật tiến ra vô tận thì giới hạn của tổng này sẽ có giới hạn là diện tích hình thang cong. Đồng thời, các em biết được kí hiệu tích phân hàm chứa nghĩa trong chữ Sum (tổng). Cho thấy, học sinh có thể nắm bắt được tư tưởng chính của tích phân.

Qua tình huống tính diện tích hình cong, chúng tôi nhận thấy đa số học sinh biết cách chia nhỏ hình cong thành những hình vuông, hình tam giác quen thuộc để tính gần đúng. Như những gì chúng tôi đã dự kiến ở phần phân tích tiên nghiệm tình huống, chúng tôi nhận thấy các em đều thực hiện như những gì đã dự kiến. Sau khi được chúng tôi hướng dẫn cách tính gần đúng diện tích hình thang cong bằng quy tắc trung điểm, học sinh đã biết chuyển từ bài toán hình học sang bài toán giải tích để giải. Chứng tỏ học sinh đã hiểu được tư tưởng tích phân.

Chúng tôi đưa ra tình huống nhằm làm cho học sinh hiểu được một phần nghĩa của tri thức tích phân. Lựa chọn quy tắc trung điểm để dạy HS cách tính gần đúng tích phân, chúng tôi nhận thấy rằng, Học sinh tiếp thu tư tưởng tích phân dễ dàng hơn so với dùng các điểm đại diện ở mỗi đoạn là biên trên hay biên dưới.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Bessot, A., & ctv, 2010. Những yếu tố cơ bản của Didactic toán. NXB Đại học quốc gia TP. Hồ Chí Minh. 415 trang.

Nguyễn Bá Kim, 2007. Phương pháp dạy học môn toán. NXB Giáo dục. Hà Nội. 458 trang.

Nguyễn Phú Lộc, 2010. Dạy học hiệu quả môn giải tích trong trường phổ thông. NXB Giáo Dục. Hà Nội. 135 trang.

Nguyễn Phú Lộc, 2014. Hoạt động dạy và học môn toán. NXB ĐHQG TP. HCM. 115 trang.

Stewart, J., 2010. Calculus Early Transcendentals. Seventh edition. McMaster University and University of Toronto. United States. 1170 pp.